Úvod do astrofyziky

Studijní text pro začínající zájemce o matematiku a fyziku popisující fungování vesmíru

Jan Herzig

herzig@astro.cz

Domažlice, 2024

Předmluva

Tato kniha je úvodem do fascinujícího světa astrofyziky. Je navržena tak, aby čtenářům poskytla základy tohoto širokého a komplexního oboru. Doufáme, že vám tato kniha přinese mnoho nových poznatků a inspiruje vás k dalšímu studiu.

Obsah

1 Nebeská mechanika **5**
1.1 Úvod 5
1.2 Aspekty planet 5
1.2.1 Aspekty vnitřních planet 6
1.2.2 Aspekty vnějších planet 7
1.2.3 Využití 7
1.3 Kružnice a elipsa 7
1.3.1 Kružnice 8
1.3.2 Elipsa 9
1.4 Úvod do Keplerových zákonů 10
1.5 1. Keplerův zákon 10
1.6 2. Keplerův zákon 12
1.7 3. Keplerův zákon 13
1.8 Příklady 14

2 Fotometrie **15**
2.1 Světlo 15
2.2 Dopplerův jev 17
2.3 Hvězdy 18
2.4 Pogsonova rovnice 21
2.5 Modul vzdálenosti 22
2.6 Příklady 22

3 Sférická astronomie **24**
3.1 O co jde? 24
3.2 Pohyby Země 24
3.2.1 Kolem Slunce 24
3.2.2 Kolem vlastní osy 26
3.2.3 Precese a nutace 26
3.3 Souřadnicové systémy 27
3.3.1 Azimutální souřadnice 27

3.3.2 Rovníkové (ekvatoriální) souřadnice druhého řádu . . . 28
3.4 Vzdálenosti na obloze . . . 29
3.5 Pohyb Slunce po obloze . . . 30
3.5.1 Pohyb Slunce v průběhu dne . . . 31
3.5.2 Pohyb Slunce v průběhu roku . . . 32
3.6 Refrakce a snižování horizontu . . . 33
3.7 Příklady . . . 34

4 Řešení příkladů 35
4.1 Kapitola 1 . . . 35
4.1.1 Příklad 1 . . . 35
4.1.2 Příklad 2 . . . 35
4.1.3 Příklad 3 . . . 36
4.1.4 Příklad 4 . . . 37
4.2 Kapitola 2 . . . 37
4.2.1 Příklad 1 . . . 37
4.2.2 Příklad 2 . . . 38
4.2.3 Příklad 3 . . . 38
4.2.4 Příklad 4 . . . 38
4.3 Kapitola 3 . . . 39
4.3.1 Příklad 1 . . . 39
4.3.2 Příklad 2 . . . 40
4.3.3 Příklad 3 . . . 40
4.3.4 Příklad 4 . . . 41

5 Doplněk 42
5.1 Mocniny a odmocniny . . . 42
5.2 Pythagorova věta . . . 44
5.3 Logaritmy . . . 45
5.4 Goniometrické funkce . . . 46
5.4.1 Sinus . . . 47
5.4.2 Cosinus . . . 47
5.4.3 Tangens . . . 47

Kapitola 1

Nebeská mechanika

1.1 Úvod

Prvním tematickým blokem, kterým se budeme zabývat, je tzv. nebeská mechanika. A co že to vlastně je? Mechanika se zabývá pohybem těles, nebeská mechanika je pak mechanika aplikovaná na kosmická (nebeská) tělesa, například planety, měsíce, asteroidy, ale třeba i hvězdy. Jak už to tak ve fyzice bývá, vše můžeme popsat pomocí někdy docela jednoduchých, jindy naopak složitých rovnic. S některými z těchto rovnic se seznámíme, a stejně tak pochopíme základní principy, na kterých tyto rovnice stojí. K jejich pochopení budeme potřebovat i nějaké základní matematické koncepty, vše potřebné ale naleznete na samém konci této příručky v doplňku. Prvním tématem z nebeské mechaniky jsou aspekty planet.

1.2 Aspekty planet

Pod pojmem *aspekty planet* se rozumí několik astronomických pojmů, které označují významná postavení planet vůči Zemi a Slunci. Planety rozdělujeme do dvou skupin - vnitřní a vnější. Vnitřní planety obíhají kolem Slunce blíže než Země (Merkur a Venuše), vnější dále než Země (Mars, Jupiter, Saturn, Uran a Neptun). Kromě toho můžeme stejné aspekty rozlišovat u všech těles ve obíhajících kolem Slunce, převážná většina z nich však kolem Slunce obíhá dále než Země a rozlišujeme u nich tedy stejné aspekty jako u vnějších planet.

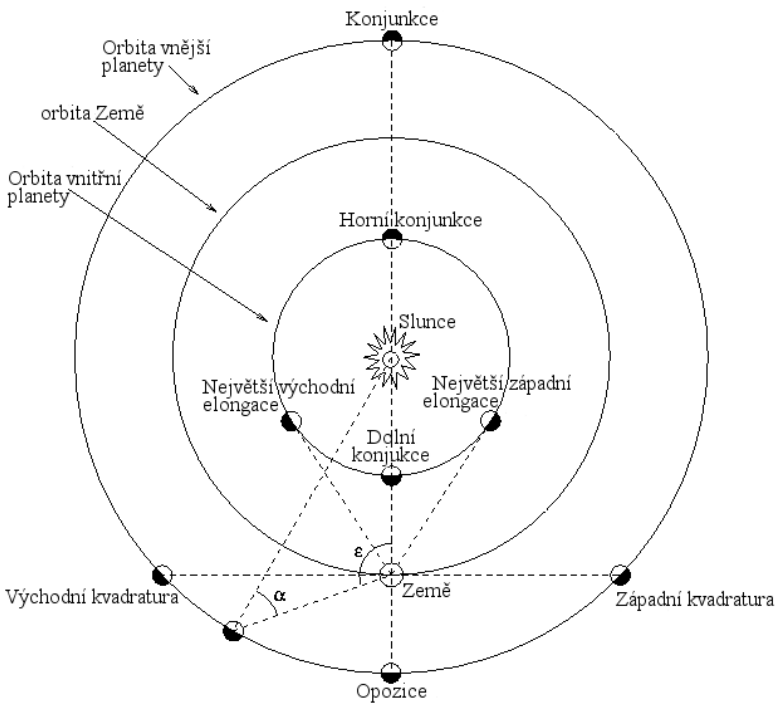
1.2.1 Aspekty vnitřních planet

Horní a dolní konjunkce

Je-li vnitřní planeta na spojnici Země-Slunce mezi těmito dvěma tělesy, nachází se v dolní konjunkci. Je-li na této spojnici za Sluncem, jedná se o horní konjunkci. V obou případech není ze Země pozorovatelná, jelikož se nachází přímo před Sluncem, respektive za ním. Dráhy planet jsou sice mírně skloněny, takže planeta není přímo před slunečním diskem, i tak je ale Slunci na obloze příliš blízko na to, aby se dala pozorovat.

Elongace

Ve chvíli, kdy je úhel Slunce-planeta-Země roven 90°, je planeta v největší západní nebo východní elongaci. V těchto pozicích je vnitřní planeta ze Země vůbec nejlépe pozorovatelná, jelikož se na obloze dostane nejdále od Slunce.



Obrázek 1.1: Znázornění jednotlivých aspektů planet

1.2.2 Aspekty vnějších planet

Opozice

Planeta se nachází na přímce Slunce-Země za Zemí. Je tedy přesně na opačné straně oblohy než Slunce a nastávají nejlepší podmínky pro její pozorování.

Konjunkce

U vnější planety se nerozlišuje horní a dolní a je tímto pojmem označována situace, kdy je planeta na přímce Slunce-Země za Sluncem. Planeta je tudíž ze stejného důvodu jako v případě konjunkce vnitřních planet nepozorovatelná.

Kvadratura

Při východní a západní kvadratuře je úhel Slunce-Země-planeta pravý. Pro pozorování planety však nemá žádný zvláštní význam.

1.2.3 Využití

K čemu je nám to však dobré a kde se znalost aspektů planet může hodit? Jak už bylo řečeno, aspekty planet mají povětšinou nějaký význam pro pozorování planety, zpravidla je v dané pozici vidět vůbec nejlépe nebo nejhůře. Známe-li velké poloosy drah planet (které lze ve většině úloh zabývajících se aspekty planet považovat za kruhové a tudíž můžeme zaměnit velkou poloosu s poloměrem dráhy), můžeme po uvedení aspektu spočítat vzdálenost planety od Země. V případě konjunkce a opozice k tomu stačí pouhé sčítání a odčítání, u největší elongace a kvadratury je potřeba využít *Pythagorovu větu* (více o ní v části Doplněk).

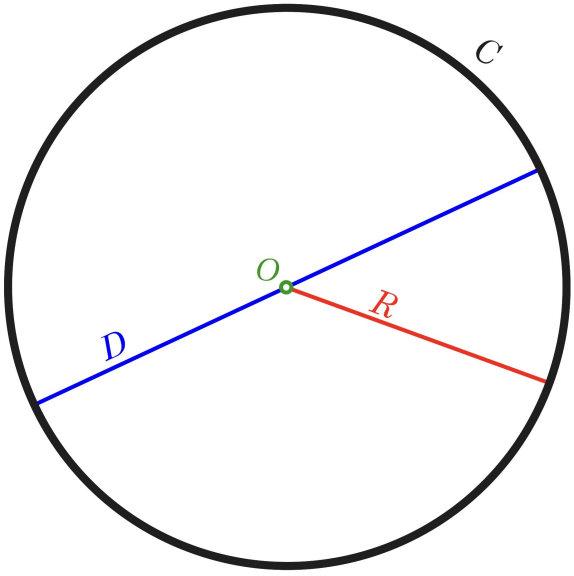
1.3 Kružnice a elipsa

Dříve než se podíváme na samotnou astronomii, bude důležité se seznámit se dvěma důležitými pojmy z geometrie, kterými jsou kružnice a elipsa. Kosmická tělesa se totiž většinou pohybují právě po drahách s tvarem elipsy. Po elipse obíhají sondy kolem Země, Země a všechny další planety kolem Slunce, ale i třeba Slunce kolem středu Galaxie. V mnoha situacích je však elipsa velmi podobná kružnici, což můžeme využít ke zjednodušení popisu pohybu těles.

1.3.1 Kružnice

"Kružnice je množina bodů v rovině se stejnou vzdáleností od bodu, který nazýváme střed kružnice."

Kterýkoliv bod, který vyznačíme na kružnici, je od středu vzdálen úplně stejně jako jakýkoliv jiný bod na jejím obvodu vyznačený. Nejdůležitějším údajem, který charakterizuje kružnici, je její poloměr (R), který udává právě vzdálenost jejích bodů od středu. Dvojnásobkem poloměru je pak průměr (D). Důležité je také rozlišovat kružnici, kterou představuje jedna čára, od kruhu, který představuje plochu ohraničenou kružnicí.



Obrázek 1.2: Kružnice

K výpočtu obvodu kružnice a obsahu kruhu je potřeba tzv. čísla π (čti pí), tzv. Ludolfovo číslo. Získáme ho, když vydělíme obvod jakékoliv kružnice jejím průměrem. Jde o číslo s nekonečným rozvojem, má tedy nekonečně mnoho desetinných míst. Nám postačí jen prvních několik z nich, které jsou přednastavené v každé lepší kalkulačce. Zaokrouhleně je hodnota tohoto čísla rovna 3,14. Obvod kružnice vypočteme jako:

$$o = 2\pi r,$$

kde r je poloměr kružnice. Jak už jistě vidíte, můžeme tento vzorec jednoduše přepsat tak, abychom namísto poloměru použili průměr, pak platí:

$$o = \pi d.$$

Obsah kruhu vypočteme jako:

$$S = \pi r^2.$$

1.3.2 Elipsa

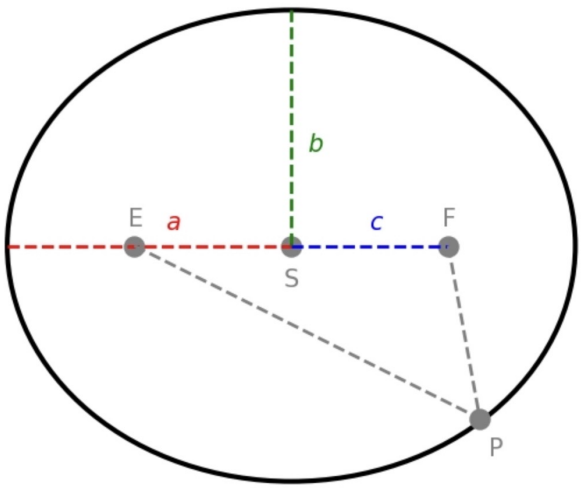
"Elipsa je množina bodů v rovině se stejným součtem vzdáleností od dvou bodů, které se nazývají ohniska."

Když si na elipse zvolíme libovolný bod, označme ho třeba P, součet jeho vzdáleností od ohnisek E a F bude vždy stejný. Střed elipsy (S) se pak nachází přesně v polovině úsečky spojující její ohniska.

S elipsou se dále pojí pojmy velká (a) a malá poloosa (b). Velkou poloosu najdeme, když narýsujeme polopřímku s počátkem ve středu elipsy, která prochází jedním z ohnisek. Velká poloosa se poté měří po této polopřímce od středu po průsečík se samotnou elipsou. Malou poloosu měříme po kolmici na spojnici ohnisek procházející středem, taktéž od středu po průsečík s elipsou.

Hodnota délky úsečky spojující střed elipsy s jedním z ohnisek se nazývá jako lineárních excentricita, kterou budeme značit obvykle jako c. Když vydělíme lineární excentricitu velkou poloosou, získáme tzv. numerickou excentricitu:

$$e = \frac{c}{a}.$$



Obrázek 1.3: Elipsa

Čím větší je numerická excentricita, tím dále od sebe se ohniska nacházejí. Čím menší, tím blíže. Když je numerická excentricita nulová, obě ohniska se nacházejí ve středu a z elipsy se stává kružnice. Kružnice je tedy speciální případ elipsy s nulovou numerickou excentricitou.

Obsah plochy ohraničené elipsou můžeme vypočítat jako:

$$S = \pi ab.$$

Zajímavé je, že platí, že součet vzdáleností libovolného bodu na obvodu elipsy od ohnisek je nejen vždy stejný, ale je zároveň roven dvojnásobku velké poloosy:

$$|EP| + |FP| = 2a.$$

Představme si nyní, že bod P vyznačíme v místě, kde se malá poloosa protíná s elipsou. Získáme tak dva shodné pravoúhlé trojúhelníky. Jeho odvěsny odpovídají malé poloose a lineární excentricitě. Přepona je poté rovna polovině součtu vzdálenosti od ohnisek. Ten je dle předchozí rovnice roven $2a$ a přepona tohoto trojúhelníku je tedy rovna velké poloose. Jelikož se jedná o pravoúhlý trojúhelník, můžeme použít Pythagorovu větu. Lineární excentricita a malá a velká poloosa jsou tedy svázány následujícím vztahem:

$$a^2 = c^2 + b^2.$$

1.4 Úvod do Keplerových zákonů

Na počátku sedmnáctého století formuloval Johannes Kepler tři zákony o pohybu nebeských těles. Učinil tak na základě velmi přesného pozorování planet, která provedl Tycho Brahe v Praze na začátku 17. století. První dva popsal ještě během svého pobytu v Praze, třetí o několik let později v Německu. Jednalo se o skutečnou vědeckou revoluci. V jistém slova smyslu Keplerovy zákony znamenaly počátek fyziky, astronomie a přírodních věd tak, jak je dnes známe. Právě na ně navázal svou prací Isaac Newton a mnoho dalších vědců, kteří fyziku a s tím i techniku dovedly do dnešní podoby.

1.5 1. Keplerův zákon

"Planety se kolem Slunce pohybují po málo výstředných elipsách, které mají v jednom ze svých ohnisek Slunce."

Co je elipsa, už víme. Planety se pohybují po eliptických drahách, které jsou velmi blízké kružnici. Numerická excentricita dráhy Země například dosahuje hodnoty pouhých 0,017. Během svého oběhu se planeta od Slunce,

které je v jednom z ohnisek elipsy, opakovaně vzdaluje, a poté k němu zase přibližuje. Bod největšího přiblížení se nazývá perihélium. V tuto chvíli můžeme vzdálenost planety od Slunce vypočítat pomocí následující rovnice:

$$r_p = a(1 - e).$$

Když je naopak planeta od Slunce nejdále, tedy nachází-li se v aféliu, vypočítáme její vzdálenost obdobným vzorcem, jen s odlišným znaménkem:

$$r_a = a(1 + e).$$

Konkrétně u Země pak rozdíl vzdáleností v perihéliu a aféliu činí asi 5 milionů kilometrů. Největší excentricitu ze všech planet má Merkur, nejmenší Venuše. Stejným způsobem můžeme počítat vzdálenosti od Slunce i v případě většiny ostatních těles ve Sluneční soustavě s výjimkou těch, které obíhají po parabole nebo hyperbole. Planety mají ze všech těles excentricitu nejmenší. Největší mají naopak komety, které se v aféliu vzdalují na tisíce astronomických jednotek daleko do tzv. Oortova oblaku.

A co že je to astronomická jednotka? Jde o délkovou jednotku používanou v astronomii právě při popisu pohybu těles kolem Slunce. V kilometrech bychom totiž dostávali neprakticky velká čísla, ve světelných letech či parsecích naopak neprakticky malá. Jedna astronomická jednotka je rovna střední vzdálenosti Země od Slunce, tzn. velké poloose dráhy, po které naše planeta svou hvězdu obíhá:

$$1\mathrm{au} = 1,496 \times 10^{11}\mathrm{m}.$$

Známe-li vzdálenost tělesa od Slunce v perihéliu a v aféliu, můžeme zjistit i jeho velkou poloosu a excentricitu. Podíváme-li se na elipsu, zjistíme, že součet vzdáleností tělesa v aféliu a perihéliu je roven dvojnásobku velké poloosy, a tedy:

$$a = \frac{r_p + r_a}{2}.$$

Jejich rozdíl pak zase odpovídá dvojnásobku lineární excentricity, pro kterou tudíž můžeme psát:

$$c = \frac{r_p - r_a}{2}.$$

Zkombinováním obou těchto vztahů pak získáme nový vzorec pro numerickou excentricitu:

$$e = \frac{r_p - r_a}{r_p + r_a}.$$

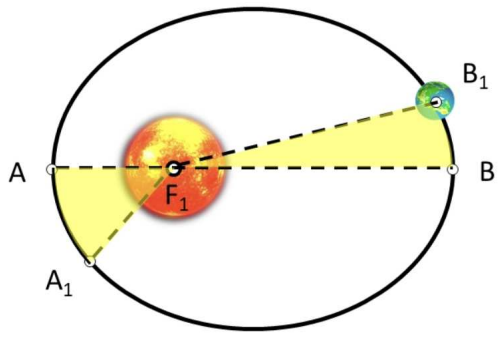
1.6 2. Keplerův zákon

"Průvodič planety opíše vždy za stejný čas stejnou plochu."

Průvodič je pojem označující spojnici planety a Slunce, tzn. úsečku vymezenou aktuální pozicí těchto těles. Plocha, kterou opíše třeba za dva dny je rovná té, kterou opíše za další dva dny. A místo dvou dní si můžeme dosadit libovolnou časovou jednotku. Rovnost opsaných ploch bude platit vždy. Aby si však byly plochy opsané průvodičem rovné, ať už je těleso na elipse kdekoliv, musí být dráha opsaná samotnou planetou rozdílná. Dokazuje to obrázek níže. Barevně zvýrazněné plochy, výseče, mají stejnou plochu a byly průvodičem opsány za stejný čas. V důsledku toho se tedy během oběhu mění rychlost planety. Dokazuje to obrázek níže. Barevně zvýrazněné plochy, výseče, mají stejnou plochu a byly průvodičem opsány za stejný čas. Jejich obvod je však rozdílný a proto se musela měnit i rychlost planety. Můžete si všimnout, že čím blíže Slunci planeta je, tím delší dráhu opíše. Největší rychlosti dosahuje v perihéliu, nejmenší naopak v aféliu.

Rychlost planety tedy závisí na její vzdálenosti od Slunce. Pokud se omezíme čistě na okamžiky, kdy je planeta v perihéliu nebo aféliu, můžeme jejich rychlosti a vzdálenosti svázat následující rovnicí vycházející ze zákona zachování momentu hybnosti:

$$v_p r_p = v_a r_a.$$



Obrázek 1.4: Dvě plochy opsané průvodičem planety za stejný čas.

Na závěr je ještě dobré podotknout, že doposud popsané zákonitosti jsou obecně platné pro všechny systémy obíhajících těles, ve kterých je jedno těleso mnohem hmotnější než druhé. Pro názornost jsme vždy používali případ

planet nebo specificky Země obíhající kolem Slunce, stejně tak však obíhá i Měsíc kolem Země, družice kolem Země nebo i exoplanety kolem jiných hvězd.

1.7 3. Keplerův zákon

"Třetí mocnina velké poloosy dráhy planety je rovna druhé mocnině její oběžné doby."

Poslední z Keplerových zákonů je nejobtížnější a Johannesu Keplerovi tak zabral nejvíce času, publikoval ho až 10 let po prvních dvou. Úplného objasnění a své obecné formy se dočkal dokonce až o několik desítek let později, po smrti Johannese Keplera, s novou teorií gravitace Isaaca Newtona. Tento zákon nám dává do souvislosti oběžnou dobu planety a velkou poloosu její dráhy. Uvedená závislost tedy vypadá matematicky takto:

$$a^3 = T^2.$$

Platí však pouze za specifických podmínek. Planeta musí obíhat kolem Slunce (tudíž nejde použít třeba pro případ Měsíce obíhajícího kolem Země nebo exoplanety kolem jiné hvězdy). Druhou podmínkou je, že za velkou poloosu musíme dosadit v astronomických jednotkách (základní jednotkou vzdálenosti jsou přitom metry) a za oběžnou dobu v rocích (základní jednotkou času jsou však sekundy). Častěji se s ním setkáte ve tvaru:

$$\frac{a^3}{T^2} = 1.$$

Tento poměr je shodný pro všechna tělesa obíhající kolem stejného centrálního tělesa. Ve Sluneční soustavě tedy platí ve všech případech s výjimkou měsíců (ty obíhají kolem planet, trpasličích planet a planetek). V planetární soustavě u jiné hvězdy bude tento poměr také pro všechna tělesa kromě měsíců stejný, nebude však mít hodnotu 1. A na čem tedy hodnota tohoto poměru závisí? Jde o hmotnost centrálního tělesa. U tělesa obíhajícího kolem jiné hvězdy má tento poměr hodnotu odpovídající hmotnosti dané hvězdy v násobcích hmotnosti Slunce (M):

$$\frac{a^3}{T^2} = M.$$

V mnoha případech je však počítání s astronomickými jednotkami, roky a hmotnostmi Slunce velmi nepraktické. Díky Newtonově teorii gravitace však můžeme 3. Keplerův zákon zapsat i tak, abychom do něj mohli dosadit ve

standardních jednotkách. Těmi jsou metry, sekundy a kilogramy. Rovnice poté vypadá takto:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}.$$

Oproti dříve uvedeným vzorcům nám zde přibylo písmeno G. Jde o tzv. gravitační konstantu. Její hodnota je tedy vždy stejná a jen ji dosadíme. Jde však o něco úplně jiného než známé g označující tíhové zrychlení u povrchu Země. Hodnota G je:

$$G = 6,674 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}.$$

1.8 Příklady

1. Venuše má mezi lidmi mnoho jmen. Na ranní obloze je nazývána jako Jitřenka, na večerní pak Večernice. Nejlépe je pozorovatelná ve chvíli, kdy se dostane do východní nebo západní elongace. Jak daleko se nachází v tento okamžik od Země? Výsledek uveď v kilometrech a astronomických jednotkách.

2. V perihéliu se kometa ke Slunci přiblíží na $r_p = 1,27$ au, v aféliu se naopak vzdálí až na $r_a = 3568$ au. Najdi excentricitu a velkou a malou poloosu eliptické dráhy této komety.

3. Excentricita Marsu činí 0,0934. Jaký je poměr rychlostí Marsu v aféliu a perihéliu (v_p/v_a)?

4. Exoplaneta Gliese 667 Cc je asi Zemi vůbec nejpodobnější exoplaneta, kterou kdy astronomové objevili. Rozměrově i hmotnostně je s naší planetou srovnatelná a svou mateřskou hvězdu obíhá v tzv. obyvatelné zóně, tudíž by se na jejím povrchu mohla nacházet kapalná voda. Hvězda Gliese 667 C je 3,23 krát méně hmotná než Slunce a jeden oběh kolem ní zabere zmíněné planetě 28,155 dní. Jaká je velká poloosa dráhy Gliese 667 Cc v astronomických jednotkách?

Kapitola 2

Fotometrie

2.1 Světlo

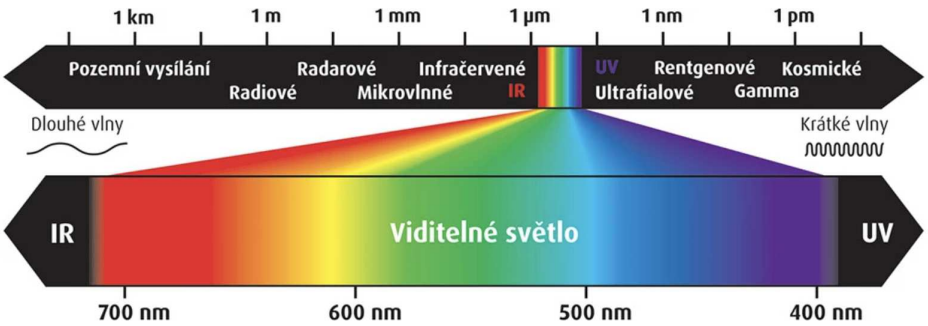
Světlo, pojem který všichni dobře známe. Co však vlastně znamená, co je jeho podstatou? Z čeho se skládá? Tyto zdánlivě jednoduché otázky přitom trápily celé generace fyziků. Přibližně od začátku 20. století však v této otázce konečně panuje obecná shoda. Světlo je vlna i částice. Elektomagnetická vlna nebo foton. Můžeme ho popsat oběma způsoby, záleží na situaci, ve které se nacházíme.

Ze začátku nás však bude zajímat výhradně první způsob. Tedy popis světla jako vlny. Jedním z nejdůležitějších, ne-li tím vůbec nejdůležitějším, ukazatelů popisujících vlnění je tzv. vlnová délka. Měří se v metrech a udává vzdálenost mezi dvěma po sobě následujícími vrcholy vln. Byť se bavíme o elektromagnetickém vlnění, můžeme si to velmi dobře ilustrovat na něčem mnohem jednodušším, mořských vlnách. Vlnu si představíme jako jakýsi oblouk, výduť nad mořskou hladinou. Nejdůležitější je u ní bod, který má vůbec nejvyšší výšku oproti klidné mořské hladině. To, jak je tento bod vzdálen od stejného bodu následující nebo předchozí vlny říká právě vlnová délka.

Většinou se označuje řeckým písmenem λ (čti lambda). Lidské oko však dokáže vidět jen velmi úzký výběr vlnových délek světla. Celá "stupnice" světla, tedy porovnání všech vlnových délek, se nazývá světelné spektrum. Člověk může vidět ale jen světlo o vlnových délkách přibližně mezi 390 a 760 nanometry. Jeden nanometr odpovídá 0,000000001 metru. Tato výseč světelného spektra je nazývána jako viditelné světlo nebo viditelná či optická oblast. V běžném životě se však setkáváme i s mnoha dalšími oblastmi světelného spektra, jen je nevidíme.

Tepelné záření, to co můžeme vidět na termokameře, je infračervené světlo a má o něco větší vlnovou délku než světlo viditelné (760 nm - 1 mm).

Na termokameře samozřejmě vidíme všechny normální objekty včetně lidí. Z toho můžeme odvodit, že každý objekt vydává světlo. I my sami stále vydáváme světlo. Vlnová délka vydávaného světla je závislá jen na teplotě tělesa. U lidí a běžných objektů je vlnová délka příliš dlouhá a všechno kolem sebe vidíme jen díky odrazu světla vydávaného teplejšími objekty jako je třeba zářivka nebo Slunce.



Obrázek 2.1: Spektrum elektromagnetického záření

Záření s ještě větší vlnovou délkou než to infračervené je mikrovlnné. A ano, v souvislosti s ním vás správně napadla mikrovlnka. Právě toto záření vám každý den ohřívá chutné jídlo. Světlo s úplně největší vlnovou délkou je to rádiové a opět jste si to spojili správně, díky němu pracuje rádio.

Světlo s o něco kratší vlnovou délkou než to viditelné je nazýváno jako ultrafialové a kvůli němu se musíte mazat opalovacím krémem a nosit sluneční brýle. Lidem totiž škodí a přitom ho Slunce vydává opravdu hodně. Ještě kratší vlnovou délku má světlo rentgenové. U něj se opět hned z názvu dá vyvodit místo, kde je používáno. V nemocničních rentgenech, jelikož projde lidskou kůží. Nejkratší vlnovou délku má tzv. gama záření (biliontiny metru). Má původ v atomovém jádře a vzniká při radioaktivním rozpadu, tudíž třeba při výbuchu jaderné bomby a je extrémně nebezpečné.

Světlo se šíří určitou rychlostí. Ta je závislá na prostředí, ve kterém se světlo pohybuje, konkrétně na jeho hustotě. Čím vyšší hustotu má toto prostředí, tím nižší je jeho rychlost. Ve vodě je tedy světlo pomalejší než ve vzduchu. A ve vakuu naopak rychlejší než ve vzduchu.

Právě rychlost světla ve vakuu je ze všech nejdůležitější. Vakuum je prostor bez jakýchkoliv částic. Na Zemi všude nějaké částice jsou. Vzduch je samozřejmě také tvořen částicemi, jen má nižší hustotu než voda. Pomocí přístrojů jako je tzv. vývěva dokážeme "odsát" většinu částic, snížit tlak a stavu vakua se přiblížit. Dokonalé vakuum však nalezneme jen ve vesmíru.

Nejsou zde zkrátka žádné částice, které by cestě světla bránily a může se tak pohybovat jak rychle to jen jde.

Tuto maximální rychlost šíření světla známe velmi přesně a jde o jednu z několika základních fyzikálních konstant. Je to nejvyšší možná rychlost, které lze dosáhnout. Žádné vyšší rychlosti nemůže dosáhnout nic ve vesmíru, jde o základní princip speciální teorie relativity. Hodnota této rychlosti je však nepředstavitelně vysoká. Ve fyzice se označuje písmenem c:

$$c = 299792458 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Vlnové délce světla je nepřímo úměrná jeho frekvence. Charakteristika světla pomocí frekvence je užívaná často v souvislosti s rádiovým oborem spektra. Každá rádiová stanice vysílá na určité frekvenci, používá svou vlnovou délku. Když si tuto frekvenci naladíte na svém rádiu, slyšíte vysílání dané rozhlasové stanice. Jednotkou frekvence jsou Hertzy (Hz) a můžeme ji vypočítat z následujícího vzorce:

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

2.2 Dopplerův jev

Světlo, které k nám přichází od vesmírných objektů, například od hvězd, můžeme rozložit na světelné spektrum. Z něj můžeme vyčíst celou řadu zajímavých informací. Velmi důležité jsou tzv. spektrální čáry. Vznikají při specifických dějích v atomech a molekulách. Pro fyziky jsou nesmírně užitečné, jelikož pomocí nich můžeme určit složení zářícího tělesa. Různé prvky zapřičiňují vznik různých spektrálních čar a my tak pomocí těchto čar můžeme určit, jaké prvky nebo sloučeniny se třeba nachází v pozorované hvězdě nebo dokonce atmosféře exoplanety.

To však není jediné využití spektrálních čar v astronomii. Každé spektrální čáře náleží určitá vlnová délka. Tu můžeme zjistit v pozemské laboratoři. Pokud najdeme danou spektrální čáru na jiné vlnové délce, je to dáno pohybem pozorovaného objektu. Jde o tzv. Dopplerův jev. Vedle výzkumu vzdálených hvězd a galaxií se s ním však potkáváme i v každodenním životě. Kolem každého jistě někdy projelo houkající auto záchranné služby, hasičů či policistů. Při tom jste si možná všimli, že houkání zní jinak když se vozidlo přibližuje a když se naopak vzdaluje.

To je podstatou Dopplerova jevu, který platí úplně stejně u mechanického vlnění (jako je zvuk) jako u elektromagnetického vlnění. Když se objekt přibližuje, vlnová délka vydávaného vlnění se zkracuje. Když se naopak vzdaluje, vlnová délka se prodlužuje. U objektu (hvězdy, galaxie), který se k nám

přibližuje, jsou jeho spektrální čáry posunuty k modrému konci spektra (vlnová délka dané čáry je kratší, než by měla být). U toho, který se vzdaluje, jsou posunuty k červenému konci spektra (vlnová délka dané čáry je delší, než by měla být).

Z toho, o kolik jsou spektrální čáry posunuty, můžeme určit, jak rychle se objekt pohybuje. Podle toho, jestli jsou posunuty k červenému nebo modrému konci spektra pak určíme, zdali se objekt od nás vzdaluje nebo k nám přibližuje. Závislost posunu spektrálních čar na rychlosti je dána tímto vztahem:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c}.$$

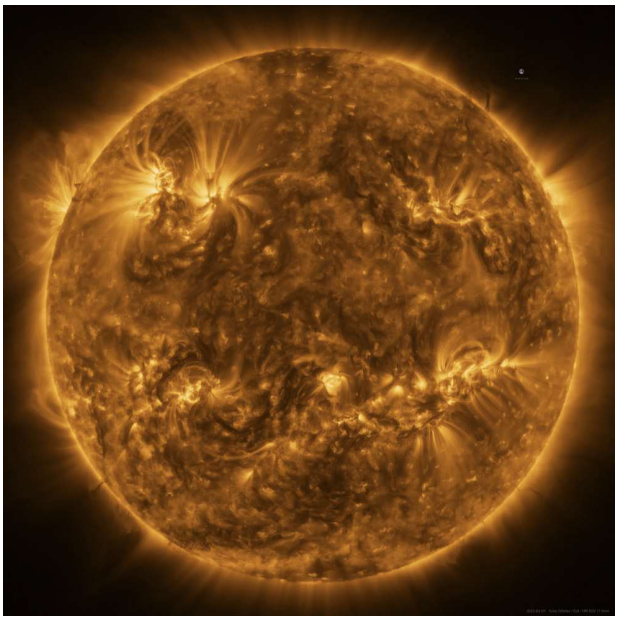
(pozn. Vztah je platný pouze při rychlostech mnohonásobně menších, než je rychlost světla. Pro rychlosti blížící se rychlosti světla bychom museli započítat relativistické efekty, což však není pro účely tohoto textu potřeba.)

Tímto způsobem však můžeme zjistit pouze tzv. radiální rychlost. To je však pouze část celkové rychlosti objektu. Rychlost je tzv. vektorová veličina. Vedle její velikosti tak musíme znát i směr. Díky tomu si ji můžeme přes pravoúhlý trojúhelník pomocí Pythagorovy věty rozložit do dvou složek, tangenciální a radiální. Radiální je ta, kterou nevidíme, rychlost, se kterou se objekt vzdaluje přímo od nás. Tangenciální je na ni kolmá a pohyb daný touto rychlostí vidíme na obloze. Pokud je tangenciální rychlost nulová, je celková rychlost objektu rovna té radiální. Naopak pokud je radiální nulová, je celková rychlost rovna tangenciální. Radiální rychlost nám tedy udává skutečnou rychlost objektu je ve velmi omezených případech, i přesto je však velmi užitečná.

2.3 Hvězdy

Hvězdy jsou základní stavební kameny galaxií. Jde o koule žhavého plynu v jejichž nitru probíhají termonukleární reakce při kterých se uvolňuje ohromné množství energie. Nejbližší a s tím i nejjasnější z nich je Slunce, naše životodárná hvězda. Stejnými objekty jsou však i další tisíce teček, které můžeme vidět na obloze při každé jasné noci. Mezi základní charakteristiky hvězd patří poloměr, hmotnost, teplota, zářivý výkon, spektrální třída nebo jasnost a s ní související hvězdná velikost. Všechny tyto pojmy si nyní postupně představíme.

Poloměr je vzdálenost od středu hvězdy k libovolnému bodu na jejím povrchu. Typicky se značí R a udává se v metrech. Nejmenší hvězdy mají poloměr kolem stovky tisíc kilometrů, největší i více než miliardu kilometrů. Ze znalosti poloměru lze rovnou vypočítat i povrch hvězdy dle následujícího



Obrázek 2.2: Snímek Slunce pořízený sondou Solar Orbiter.

vztahu (vztah pro povrch koule):

$$S = 4\pi R^2.$$

Hmotnost není třeba blíže představovat. Její základní jednotkou jsou kilogramy. Hmotnost všech hvězd však dosahuje ohromných čísel. Třeba Slunce má hmotnost odpovídající dvoum stům kvadrilionů kilogramů. Hmotnost hvězd je tedy udávána výhradně ve vědeckém formátu čísla.

Teplota hvězd se udává v Kelvinech [K]. 1 Kelvin je stejně velký jako 1°C, rozdíl je v počátku jejich stupnic. Teplota 0°C odpovídá 273,15 K. Povrchová teplota hvězd se pohybuje v řádech tisíců Kelvinů. Teplota v jejich jádrech, kde dochází k jaderné fúzi, však dosahuje klidně desítek milionů Kelvinů (stejně tak můžeme ale říci i stupňů Celsia, jelikož u takto vysokých hodnot rozdíl 273,15 nehraje žádnou roli). Pro účely astronomie je však nejdůležitější právě povrchová teplota. Je totiž úměrná vlnové délce, na které hvězda nejvíce vyzařuje. Hvězdy vydávají záření na mnoha vlnových délkách, u každé však můžeme určit, na které vydává nejvíce. Hvězdy totiž můžeme aproximovat jako tzv. absolutně černá tělesa (neodráží žádné světlo, vydávají jen to, které vytváří) a proto pro ně platí tzv. Wienův posunovací zákon. Vlnová délka zároveň udává barvu a teplota je tedy závislá na barvě hvězdy. Nejteplejší hvězdy jsou modré, nejchladnější červené. S pomocí tzv. Wienovy konstanty, obvykle značené jako b, tak můžeme díky vlnové délce

maxima vyzařování, kterou napozorujeme, určit povrchovou teplotu hvězdy následujícím vztahem:

$$T = \frac{b}{\lambda}.$$

Zářivý výkon udává, kolik energie uvolní hvězda do prostoru za 1 sekundu. Jeho jednotkou jsou Watty [W]. Standardně je značen písmenem L. Je přímo úměrný teplotě a poloměru. K jeho výpočtu je však zapotřebí i takzvané Stefan-Boltzmannovy konstanty, obvykle značené malým řeckým písmenem (čti sigma). Vzorec pro jeho výpočet vypadá následovně:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Spektrální třídy jsou jakési škatulky, do kterých astronomové rozřazují hvězdy. Je jich celkem sedm a jsou označovány písmeny OBAFGKM. Hvězdy jsou do nich řazeny podle zářivého výkonu, poloměru a teploty. Největší a nejteplejší hvězdy se řadí do spektrální třídy O, nejmenší a nejchladnější do M. Každá třída se dělí na dalších 10 částí (např. G1 až G9). Slunce náleží do spektrální třídy G5. Se spektrálními třídami souvisí Hertzsprungův-Russellův diagram. Ten umožňuje porovnat klíčové vlastnosti všech hvězd. Zobrazuje závislost povrchové teploty na absolutní hvězdné velikosti (o té si řekneme v další části textu). Někdy se k tomu pro ilustraci přidávají i spektrální třídy a zářivý výkon. Většina hvězd se v tomto grafu soustředí do jedné linie, tzv. hlavní posloupnosti. Po ní se v průběhu svého života posouvají všechny hvězdy. V závěru svého života ji opustí a přesunou se výše do oblasti obrů nebo níže do oblasti bílých trpaslíků.

Jasnost hvězdy je udávána ve wattech na metr čtvereční. Říká nám, kolik energie dopadá na jednotku plochy v libovolné vzdálenosti od hvězdy za 1 sekundu. Vypočteme ji z následujícího vztahu, kde L je zářivý výkon a r vzdálenost hvězdy od Země:

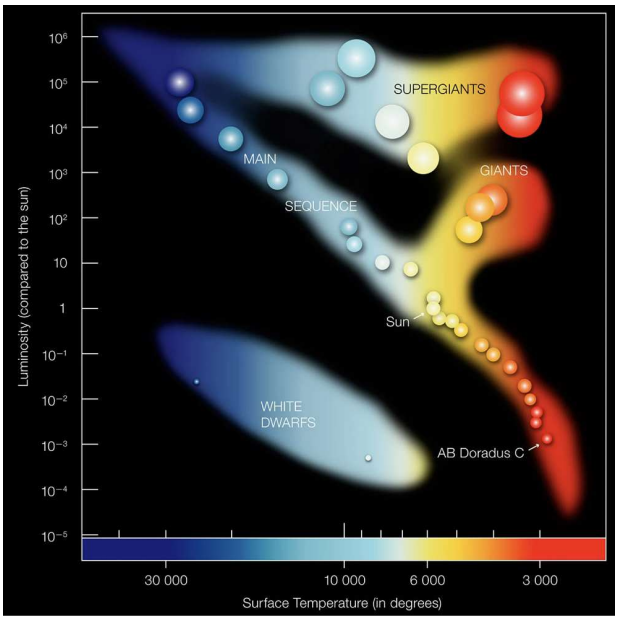
$$j = \frac{L}{4\pi R^2}.$$

Pokud dosazujeme do zmíněných vztahů a chceme získat výsledek v základních jednotkách, musíme v nich i dosazovat. Často však mezi sebou hvězdy pouze porovnáváme a abychom proto nemuseli stále bojovat s velmi velkými čísly, udávají se jednotlivé údaje jako je hmotnost či zářivý výkon v jednotkách Slunce. Namísto toho, že nějaká hvězda má 400 kvadrilionů kilogramů tak můžeme jednoduše říci, že má dvojnásobek hmotnosti Slunce. Na závěr proto uvádíme hodnotu hmotnosti, poloměru i zářivého výkonu Slunce.

$$M = 1,989 \times 10^{30}\mathrm{kg}$$

$$R = 6,96 \times 10^{8}\mathrm{m}$$

$$L = 3,826 \times 10^{26}\mathrm{W}$$



Obrázek 2.3: Hertzsprungův-Rusellův diagram.

2.4 Pogsonova rovnice

Lidské oko světlo nevnímá lineárně. Neplatí proto, že hvězdu, od které přichází 10 krát méně energie než od nějaké jiné bychom viděli 10 krát slabší. Podobně jako intenzitu zvuku vnímá lidské oko světlo logaritmicky. Proto se zavádí veličina nazývaná jako hvězdná velikost, jejíž jednotkou jsou magnitudy. Zakládá se na rozdělení hvězd, které zavedl už Hipparchos před několika tisíci let. Nejjasnější hvězdy viditelné okem měly podle něj jasnost nula, nejslabší 6.

Hvězdná velikost byla zavedena tak, aby rozdíl 5 magnitud odpovídal stonásobnému rozdílu jasnosti. Známe-li jasnost nebo poměr jasností dvou hvězd, můžeme rozdíl jejich hvězdných velikostí spočítat z tzv. Pogsonovy rovnice. A jelikož je hvězdná velikost logaritmická, objevuje se i v tomto vztahu logaritmus. Co to je a jak s ním pracovat se dozvíte v části Matematika. Pogsonova rovnice vypadá následovně:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{j_1}{j_2}.$$

Písmena j_1 a j_2 značí jasnosti dvou hvězd, m_1 a m_2 hvězdné velikosti. Záporné znaménko na pravé straně je potřeba pro zachování pravidla "čím vyšší jasnost, tím nižší hvězdná velikost". Slunce má jasnost -26,74 mag, nejjasnější hvězda noční oblohy Sirius -1,47 mag a nejslabší hvězdy viditelné

okem na tmavé obloze asi 6 mag. Nejlepší dalekohledy mohou pozorovat i hvězdy a asteroidy s hvězdnou velikostí kolem 22 mag.

A jak tedy můžeme ze znalosti jasnosti získat magnitudu hvězdy? Pogsonova rovnice sice slouží k porovnávání dvou hvězd, my však můžeme místo jedné z nich vzít Slunce, u kterého všechny údaje dobře známe. Poté již známe poměr jasností i hvězdnou velikost jedné z porovnávaných hvězd a to již stačí k dopočítání hledané hvězdné velikosti.

2.5 Modul vzdálenosti

U každé hvězdy rozlišujeme dvě hvězdné velikosti, pozorovanou a absolutní. Pozorovaná udává, nakolik je hvězda na obloze jasná. Má však tu nevýhodu, že podle ní hvězdy nemůžeme porovnávat. Malá hvězda s malým zářivým výkonem v malé vzdálenosti může být mnohem jasnější než mnohem větší a zářivější hvězda ve velké vzdálenosti. Proto se zavádí tzv. absolutní hvězdná velikost. Ta udává, jak jasná by daná hvězda byla ve vzdálenosti 10 pc (parseků). Hvězdy, které jsou blíž než 10 pc tudíž mají pozorovanou hvězdnou velikost větší než absolutní, ty co jsou dále pak menší.

Pozorovaná hvězdná velikost se standardně značí jako m, absolutní pro odlišení pak M. Jejich rozdíl můžeme zjistit ze vztahu, který je nazýván jako modul vzdálenosti. Lze ho odvodit z Pogsonovy rovnice a vypadá následovně:

$$m - M = 5 \log d - 5.$$

Písmenem d je zde označena vzdálenost hvězdy. V tomto případě však nemůže být dosazována v základních jednotkách, metrech, nýbrž právě v parsecích.

2.6 Příklady

1. Soustava radioteleskopů ALMA (Atacama Large Milimeter Array) je jeden z největších astronomických projektů tohoto století. Byla vybudována Evropskou jižní observatoří (ESO) v Chile. Pozoruje světlo o frekvencích od 35 GHz až do 950 GHz. Jaké vlnové délky světla pozoruje?

2. Aldebaran je nejjasnější hvězdou souhvězdí Býka. V jejím spektru nalezli astronomové spektrální čáru H_α na vlnové délce $\lambda = 656,40$ nm. Pohybuje se směrem od Země nebo k Zemi? A jaká je rychlost tohoto pohybu? Výsledek uveď v jednotkách km/s. Laboratorní vlnová délka čáry H_α je $\lambda_0 = 656,28$ nm.

3. Hvězdná velikost Slunce, nejjasnější hvězdy na obloze, činí $m_{max} = -26,83$ mag. Nejslabší hvězdy pozorovatelné okem mají hvězdnou velikost kolem $m_{min} = 6$ mag. Kolikrát je Slunce jasnější než hvězdy na hranici schopností lidského oka?

4. Arcturus je jednou z nejznámějších hvězd severní oblohy. Jeho poloměr činí $R_A = 1,768 \times 10^{10}$ m. Nejvíce záření vydává na vlnové délce $\lambda_A = 674$ nm. Jeho hvězdná velikost dosahuje hodnoty $m_A = -0,04$ mag. Jak daleko od Země se nachází? Výsledek udej v parsecích.

Kapitola 3

Sférická astronomie

3.1 O co jde?

Sférická astronomie se od ostatních oblastí astronomie či astrofyziky odlišuje tím, že nezkoumá přímo kosmická tělesa, jejich vlastnosti, pohyby a podobně. Zabývá se čistě tím, co vidíme na noční obloze a dává nebeské sféře jakýsi řád. Díky ní jednoduše můžeme popisovat, kde je jaké kosmické těleso na naší obloze vidět a jak se po obloze pohybuje. Popisuje i pohyb Slunce a Měsíce po obloze, od čehož se odvíjí i definice známých časových úseků, dne, roku a měsíce, což jsou pojmy, se kterými se setkáváme neustále.

3.2 Pohyby Země

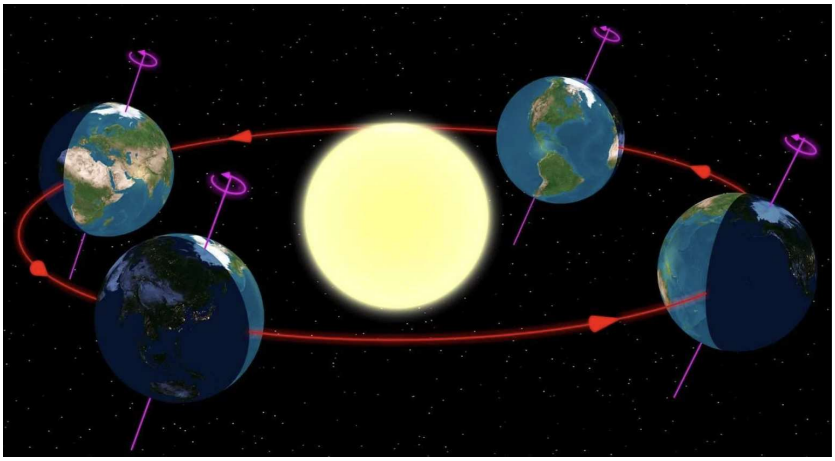
Země vykonává v prostoru čtyři rozdílné pohyby. Dva z nich jsou dobře známé, pohyb kolem Slunce a kolem vlastní osy. Zbylé dva jsou pro člověka nerozpoznatelné a nazývají se precese a nutace.

3.2.1 Kolem Slunce

Oběh Země kolem Slunce je příčinou střídání ročních období a trvá 1 rok. Co je to však ten 1 rok? V současnosti používaný gregoriánský kalendář je založen na tzv. tropickém roce. To je doba, která uplyne mezi dvěma po sobě následujícími okamžiky jarní rovnodennosti (více v části Pohyb Slunce po obloze). Jeden tropický rok trvá 365 dní 5 hodin a 48 minut. Normální rok však trvá přesně 365 dní. Zbývajících 5 hodin a 48 minut je důvodem, proč máme jednou za čtyři roky rok přestupný. Tři po sobě následující roky jsou o 5 hodin a 48 minut kratší, což se vykompenzuje tím, že následující rok je naopak o tři čtvrtiny dne (18 hodin) delší. Je však zřejmé, že ani to není úplně

přesné. Aby byl tento systém naprosto přesný, musel by tropický rok trvat přesně 365 dní a 6 hodin. Je však o 12 minut kratší. V časovém horizontu několika málo let je tato odchylka zanedbatelná, po 128 letech to však způsobí časový rozdíl celý jeden den. Proto jsou roky dělitelné stem (1700, 1800, 1900) nepřestupné, i když jsou dělitelné čtyřmi. Jelikož však odchylka jednoho dne nevznikne za 100 let, ale za 128 let, je každý rok dělitelný 400 (1600, 2000, 2400) přestupný i přesto, že je dělitelný 100.

V průběhu roku se střídají čtyři roční období. To je způsobena kombinací dvou faktorů, oběhem Země kolem Slunce a sklonem zemské osy. Ta je k tzv. rovině ekliptiky skloněna o 23,5°. Kvůli tomu je v létě ke Slunci více nakloněna severní polokoule a v zimě jižní. Když je daná polokoule nakloněna více ke Slunci, dopadá na ni více slunečního záření a počasí je tedy na jedné polokouli výrazně teplejší než na té druhé. V období kolem rovnodenností je situace u obou polokoulí podobná.



Obrázek 3.1: Oběh Země kolem Slunce

Země kolem Slunce obíhá po elipse, jak již bylo mnohokrát řečeno. Z toho vyplývá, že její vzdálenost od něj není konstantní, ale v průběhu času se mění. Nejblíže se Země ke Slunci nachází 3.1., nejdále je naopak 5.7. Už jen z toho můžeme vidět, že změna vzdálenosti od Slunce nemá na teplotu vzduchu na Zemi vliv takový, jako by se mohlo intuitivně očekávat. Rozdíl vzdáleností v aféliu a perihéliu totiž činí přibližně jen 5 milionů kilometrů, dráha Země je velmi blízká kružnici. Trochu se to však přecejen projeví. Na severní polokouli jsou o něco teplejší zimy (Země je v zimě Slunci nejblíže) a mírně chladnější léta (Země je v létě od Slunce nejdále) než na polokouli jižní.

3.2.2 Kolem vlastní osy

Druhým velmi důležitým pohybem Země, který vnímáme ze všech nejvíc, je pohyb kolem vlastní osy. Zemskou osu si můžeme představit jako pomyslnou přímku spojující geografické póly. Důsledkem tohoto pohybu je pak střídání dne a noci. Jedno otočení kolem ní trvá naší planetě 23 hodin 56 minut a 3,5 sekundy. Proč však tedy trvá den 24 hodin? Ne, nejde o žádné zaokrouhlování. 24 hodin totiž trvá, než se daný bod na Zemi dostane do stejné pozice vůči Slunci. Během dne se totiž Země posune o malý kousek kolem Slunce, úhlově o necelý 1°. Aby se tedy Slunce dostalo do stejné polohy vůči libovolnému bodu na zemském povrchu, musí se Země otočit ještě o další 1°. A to trvá dalších 3 minuty a 56,5 sekundy.

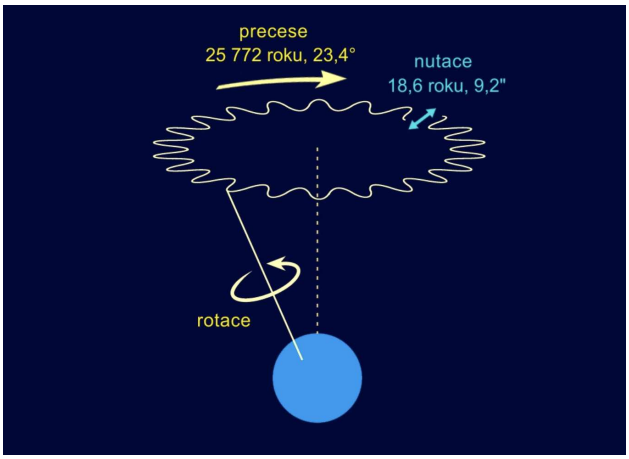
Proto se v astronomii zavádí dva časy. Hvězdný a sluneční. Hvězdný čas počítá se dnem, který má 23 hodin 56 minut a 3,5 sekundy, sluneční čas s dnem o délce přesně 24 hodin. V běžném životě používáme tzv. střední sluneční čas. Od dávných dob se totiž lidé řídí podle Slunce, vstávají s východem Slunce a usínají s jeho západem. Hvězdný čas se každý den od toho slunečního odliší o další necelé 4 minuty. Po polovině roku tento rozdíl činí 12 hodin a Slunce je tedy nejvýše nad obzorem o půlnoci. To je samozřejmě velmi nepraktické pro běžný život a proto se používá čas sluneční. Hvězdný a sluneční čas jsou stejné vždy v okamžiku podzimní rovnodennosti. Poté hvězdný čas každý den ten sluneční předběhne o 3 minuty a 56 sekund. Po roce se tento rozdíl sečte do celého dne a časy jsou opět v den podzimní rovnodennosti stejné a celý běh se opakuje. Pro výpočet aktuálního hvězdného času tedy můžeme použít následující vztah, kde T je střední sluneční čas a N počet dnů uplynulých od podzimní rovnodennosti:

$$\theta = T + 3^m 56^s \cdot N$$

3.2.3 Precese a nutace

Zemská osa není v prostoru stabilní a v průběhu času se kýve. V prostoru opisuje dva kužely. Jedna takováto otočka trvá 25 765 let. Tento pohyb se nazývá precesí. Projeví se to změnou směřování zemské osy na obloze. Ta v současnosti míří do blízkosti známé hvězdy Polárky, od čehož je odvozen i její název. V horizontu tisíců let se od ní však vzdálí a bude mířit například k hvězdě Thuban v souhvězdí Draka nebo ke známé hvězdě Vega ze souhvězdí Lyry.

Nutace je kývavý pohyb doprovázející precesi. Zemská osa se vlivem nutace při opisování precesní kružnice ještě trochu kýve tam a zpátky. Je způsobená kolísáním roviny oběhu Měsíce a vychyluje zemskou osu od precesní kružnice o 9,2”s periodou 18,6 roku.



Obrázek 3.2: Precese a nutace

3.3 Souřadnicové systémy

Když chceme znát polohu nějakého místa na Zemi, zjistíme si jeho zeměpisné souřadnice, tedy zeměpisnou šířku a délku. Podle toho můžeme jednoznačně určit, kde na Zemi se námi hledané místo nachází. Obdobně to funguje i na noční obloze. Aby astronomové mohli jasně říci, kde se hledaný objekt nachází na nebeské sféře, používají také své souřadnicové systémy. Je jich rovnou několik, my si stručně představíme souřadnice azimutální, rovníkové druhého řádu a ekliptikální.

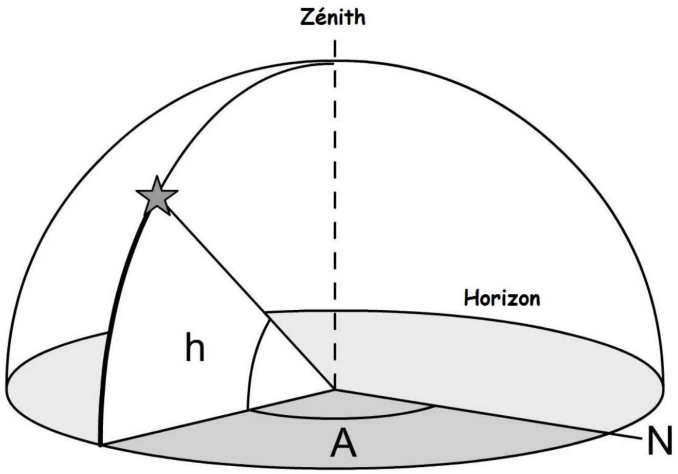
3.3.1 Azimutální souřadnice

Jde o ty nejjednodušší souřadnice, jejich nevýhodou však je, že jsou závislé na čase a místě pozorování. Základní rovinou je v tomto případě zemský povrch a ve středu systému se nachází pozorovatel. Přímo nad ním je na obloze bod nazývaný jako zenit, přímo pod ním pak nadir (tam je v praxi vždy země). Důležitým obloukem je zde meridián, tedy pomyslná čára spojující jih se severem. Všechny objekty se na své dráze dostávají nejvýše nad obzor právě v okamžiku, kdy prochází meridiánem. Podobně jako je tomu u zeměpisných souřadnic mají i všechny ostatní souřadnicové systémy dva údaje, podle kterých je možné hledaný bod na obloze najít. U azimutálních souřadnic je to azimut a výška nad obzorem.

Azimut je úhel, který svírá spojnice pozorovatele a jihu (světové strany jsou zde stejné jako ty používané v geografii) se spojnicí pozorovatele a paty kolmice vedoucí od obzoru k vybranému bodu na obloze.

Druhým údajem je výška nad obzorem. To je úhel, který je mezi již

zmíněnou spojnicí pozorovatele a paty kolmice vedoucí od obzoru k vybranému bodu na obloze a spojnicí pozorovatele (tedy středu souřadnicového systému) a hledaného bodu na obloze.



Obrázek 3.3: Azimutální souřadnice

S otáčením Země se však otáčí i zemská obloha, jak jste si již jistojistě někdy v noci všimli. Azimut a výška nad obzorem se tedy neustále mění. Jejich výhodou však je, že s jejich znalostí si dokážeme velmi dobře představit, kde máme daný objekt na obloze v okamžiku pozorování hledat. Azimut se značí jako A, měří se směrem od jihu k západu a nabývá hodnot od 0° do 360°. Výška nad obzorem je pak označována písmenem h a může nabývat hodnot od 0° (de facto od -90°, což je však v praxi zbytečné) do 90°.

3.3.2 Rovníkové (ekvatoriální) souřadnice druhého řádu

Jde o ty nejpoužívanější souřadnice. V průběhu desítek let jsou totiž prakticky neměnné (mění se jen vlivem precese, která má však velmi dlouhou periodu), nezávislé na místě čase a pozorovatele. S jejich pomocí tedy můžeme hledaný bod na obloze najít kdekoliv a kdykoliv. Základní rovinou je v tomto případě nebeský rovník. To je jednoduše promítnutí zemského rovníku na noční oblohu. Středem tohoto systému je střed Země. Namísto zenitu a nadiru zde máme severní nebeský pól (v jehož blízkosti je Polárka) a jižní nebeský pól. Dalšími dvěma důležitými body jsou jarní bod, který leží v souhvězdí Ryb a podzimní bod v souhvězdí Panny. Jde o místa, kde se nebeský rovník protíná s ekliptikou. Ekliptika je jednoduše čára, po které se Slunce pohybuje v průběhu roku (více viz Pohyb Slunce po obloze).

První souřadnicí je rektascenze. Můžeme si ji představit jako zeměpisnou délku přenesenou na noční oblohu. Neměří se však od Greenwichského poledníku, nýbrž od nedávno zmíněného jarního bodu. Jde tedy o úhel svíraný spojnicí středu Země a paty kolmice vedené z hledaného bodu na nebeský rovník a spojnicí středu Země a jarního bodu. Značí se malým řeckým písmenem α(alfa) a neudává se ve stupních, ale v hodinách a minutách. 24 hodin zde odpovídá 360°. Pokud je tedy například rektascenze rovna 15 h a 20 minutám, odpovídá to úhlu 230°.

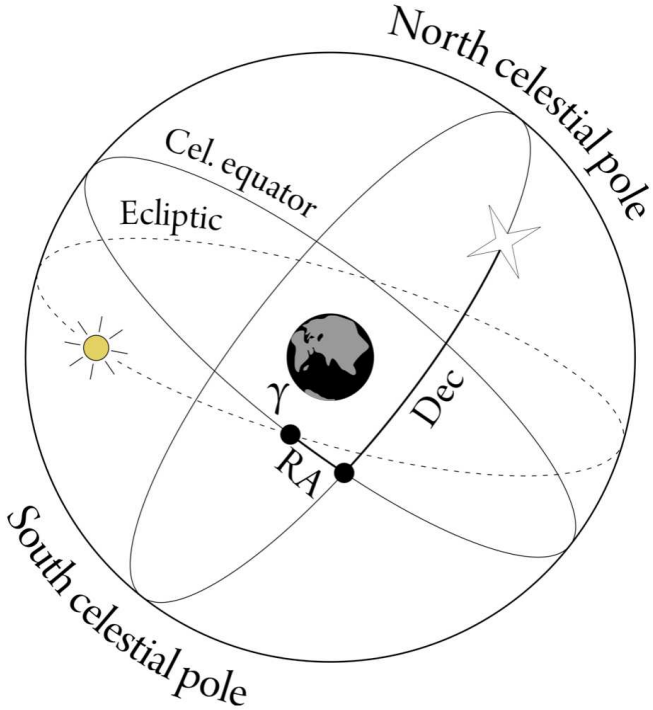
Druhou souřadnicí je deklinace. Jde o úhel svíraný již zmíněnou spojnicí středu Země a paty kolmice vedené z hledaného bodu na nebeský rovník a spojnicí středu Země s hledaným bodem. Značí se malým řeckým písmenem δ (delta), udává se ve stupních a nabývá hodnot od -90° do 90°. Stejně jako se na Zemi rozlišuje severní a jižní polokoule, můžeme rozlišovat severní a jižní oblohu. Objekty severní oblohy mají kladnou deklinaci, ty z jižní pak zápornou.

A proč se přidává k pojmenování těchto souřadnic spojení "druhého řádu"? Existují totiž i rovníkové souřadnice prvního řádu, které jsou skoro stejné. Namísto rektascenze se v nich však používá tzv. hodinový úhel. To je úhel svíraný opět spojnicí středu Země a paty kolmice vedené z hledaného bodu na nebeský rovník a spojnicí středu Země a průsečíku nebeského rovníku s meridiánem. Stejně jako rektascenze se udává v hodinách. Kvůli spojitosti s meridiánem je však závislý na čase a poloze pozorovatele. I tak jsou ale tyto souřadnice užitečné pro převod mezi rovníkovými a dalšími souřadnicovými systémy.

3.4 Vzdálenosti na obloze

Znalost nebeských souřadnic různých objektů může být užitečná mimo jiné k tomu, že můžeme jednoduše zjistit jejich vzájemnou vzdálenost. Nebeská sféra má však samozřejmě tvar koule a nemůžeme proto použít jednoduchou rovinnou geometrii. Namísto Pythagorovy věty zde platí sférická Pythagorova věta, místo trojúhelníků jsou sférické trojúhelníky, které mohou mít součet úhlů větší než 180°. Sférické trojúhelníky jsou přitom asi vůbec nejdůležitějším nástrojem sférické astronomie. Využívají se pro převádění mezi jednotlivými systémy souřadnic a právě i pro výpočet vzdáleností objektů. Pro to se využívá sférického trojúhelníku, který tvoří dva body (nejčastěji hvězdy), jejichž vzdálenost hledáme a nebeský pól. Poté můžeme zapsat sférickou cosinovou větu vyjadřující hledanou vzdálenost (Δ):

$$\cos \Delta = \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cdot \cos (\alpha_1 - \alpha_2).$$



Obrázek 3.4: Rovníkové souřadnice druhého řádu (RA=rektascenze, Dec=deklinace, dále jsou zobrazeny nebeské póly, jarní bod, nebeský rovník a ekliptika)

Tato rovnice používá tzv. goniometrické funkce. V tomto případě však není jejich hlubší znalost potřeba. Při dosazování do kalkulačky stačí jen daný úhel zapsat do závorky, která se ukáže po stisknutí příslušného tlačítka sin nebo cos. Výsledek pak převedeme na stupně stisknutím $\cos^{-1}$ (obvykle Shift + cos), kdy do závorky dosadíme číselný výsledek, tedy hodnotu $\cos \Delta$.

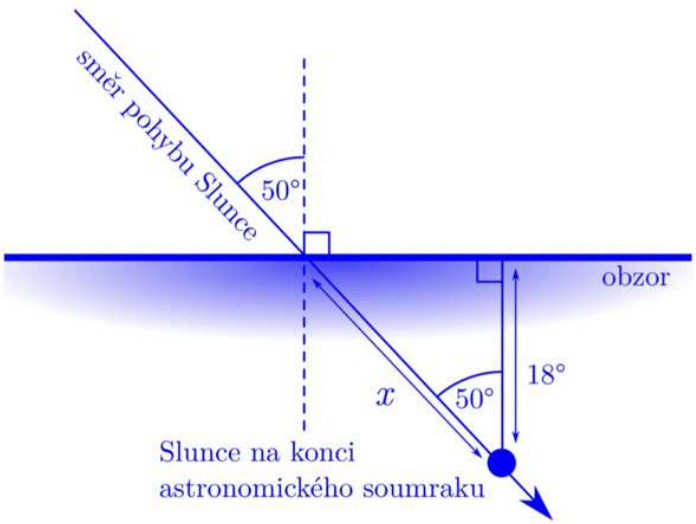
3.5 Pohyb Slunce po obloze

Slunce je pro sférickou astronomii vůbec nejdůležitějším objektem. Zkoumání jeho pohybu nám vysvětlí mnohé, například pojmy rovnodenností, slunovratů nebo poledne. Jeho pohyb můžeme rozdělit na dvě samostatné kapitoly. Tou první je pohyb Slunce v průběhu dne způsobený zemskou rotací, pro který platí podobná pravidla jako u jakéhokoliv jiného nebeského objektu. Tou druhou pak pohyb Slunce v průběhu roku, který vzniká v důsledku oběhu Země kolem Slunce.

3.5.1 Pohyb Slunce v průběhu dne

Během dne se Slunce pohybuje stejně jako ostatní hvězdy. Vychází na východě a zapadá na západě. Přesně na těchto světových stranách však vychází a zapadá jen ve dnech jarní a podzimní rovnodennosti. V zimě vychází a zapadá na jihovýchodě, respektive jihozápadě, v létě pak vychází a zapadá na severovýchodě, respektive severozápadě.

Východ Slunce předchází rozbřesk, po západu následuje soumrak. Oba tyto jevy mají několik fází. Po západu Slunce je ještě nějakou dobu dostatek slunečního světla, až do tzv. občanského soumraku. Ten nastává, když se Slunce dostane 6° pod obzor. Poté jsou již vidět první hvězdy a není možné si například číst. Když Slunce klesne 12° pod obzor, nastává tzv. nautický soumrak. Pravá noc, astronomická noc, nastává po tzv. astronomickém soumraku, který je definován okamžikem, kdy Slunce klesne 18° pod obzor. Stejně tak máme astronomický rozbřesk (Slunce vystoupí 18° pod obzor), nautický rozbřesk... Na jednotlivých místech na Zemi soumraky trvají různě dlouho. Nejkratší jsou na rovníku, dráha Slunce je zde totiž kolmá na obzor. Se vzrůstající zeměpisnou šířkou se doba soumraku prodlužuje, dráha Slunce totiž svírá s obzorem úhel velikosti 90° - zeměpisná šířka.



Obrázek 3.5: Nákres astronomického soumraku na 50. rovnoběžce severní šířky

Nejvýše nad obzor se Slunce dostává během poledne. V ten okamžik prochází meridiánem. Nejníže pod obzor pak klesá o půlnoci. Během letního

času však tyto okamžiky nastávají až ve 13:00, respektive v 1:00. Ani tak nemůžeme tyto časy brát úplně přesně, jelikož namísto pravého slunečního času používáme střední sluneční čas. Okamžik, kdy je Slunce nebo jakákoliv jiná hvězda nejvýše nad obzorem, můžeme nazvat také jako horní kulminaci, objekt (vyjma několika málo hvězd) je v tu chvíli přesně nad jihem. Opačnou situaci, kdy je daný objekt nejhlouběji pod obzorem, přesně nad (pod) severem, se nazývá jako dolní kulminace. Výšku objektu nad obzorem při těchto situacích můžeme obecně spočítat pomocí následujících dvou rovnic, kde ϕ je zeměpisná šířka:

$$h_h = 90^\circ - \phi + \delta$$

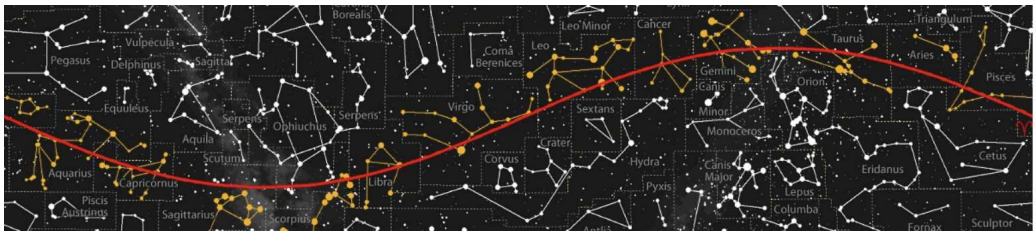
$$h_d = \phi + \delta - 90^\circ.$$

Nejvýše nad obzor se Slunce dostává v den letního slunovratu, nejhlouběji pod obzorem je pak o půlnoci v den zimního slunovratu. U hvězd jsou tyto okamžiky každý den stejné a dokonce nastávají ve stejný hvězdný čas. U Slunce se však v průběhu roku mění deklinace, a proto i výška kulminací. V létě vychází na severovýchodě a zapadá na severozápadě, tedy nejdále od jihu a musí vystoupat výše nad obzor, jeho dráha je tedy mnohem delší. Pohybuje se však samozřejmě stále stejnou rychlostí a proto je nejdelší den. Opačná situace nastává v zimě. Ostatní hvězdy a objekty stále vycházejí a zapadají na stejné světové straně a kulminují ve stejné výšce nad obzorem. Jen někdy kulminují během dne a proto se vzhled noční oblohy v průběhu roku mění.

3.5.2 Pohyb Slunce v průběhu roku

Tento pohyb je důsledkem pohybu Země kolem Slunce a má tedy periodu 1 rok. Díky tomu Slunce v průběhu roku urazí 360° kolem celé hvězdné oblohy, projde 13 souhvězdími (např. Býk, Blíženci, Panna...), která jsou jinak známá jako zvířetníková souhvězdí a podle nich jsou (byť chybně) určována znamení. Vůči vzdáleným hvězdám se Slunce posune o necelý 1° (360/365) za den. Za 24 h tedy urazí 361°, zatímco ostatní hvězdy jen 360°. Pokud bychom zakreslili dráhu Slunce po obloze během jednoho roku do mapy noční oblohy, získáme tzv. ekliptiku.

V okamžiku, kdy se dostane do tzv. jarního bodu, tedy jednoho z průsečíků nebeského rovníku s ekliptikou, nastává jarní rovnodennost. O půl roku později, když Slunce prochází podzimním bodem, tedy druhým průsečíkem nebeského rovníku a ekliptiky, nastává podzimní rovnodennost. Přesně mezi těmito dvěma okamžiky pak nastává letní a zimní slunovrat. S tím, jak Slunce cestuje po obloze, se mění jeho rovníkové souřadnice (i ty druhého řádu, k čemuž u vzdálených objektů nedochází).



Obrázek 3.6: Ekliptika na noční obloze

Zajímavá je především změna deklinace. Při rovnodennostech je deklinace rovna 0° (Slunce je na nebeském rovníku). Při letním a zimním slunovratu naopak 23,5°, respektive -23,5°. Všimněte si, že maximální a minimální deklinace Slunce je rovna sklonu zemské osy. A není to náhodou, právě tento sklon je příčinou změny deklinace Slunce. Kdyby zemská osa byla kolmá na rovinu oběhu Země kolem Slunce (která se nazývá jako rovina ekliptiky), deklinace Slunce by byla konstantní a rovna 0°. Zároveň si tím můžeme vysvětlit změnu ročních období. Kvůli sklonu osy se mění deklinace. Kvůli deklinaci se mění výška kulminace. Kvůli výšce kulminace se mění délka dne. A konečně kvůli délce dne se mění množství získaného slunečního záření na daném místě a tím i počasí.

3.6 Refrakce a snižování horizontu

Na závěr se podíváme na dvě významné odchylky, které se promítají do astronomických pozorování. První z nich je refrakce. Vlivem optických vlastností zemské atmosféry se nám jeví všechny objekty u obzoru o 35′ výše, než jak bychom je viděli z vesmíru, tedy mimo zemskou atmosféru. Kvůli tomu je vždy o něco delší den. Když je Slunce (horní okraj jeho kotoučku) ještě 35′ pod obzorem, my už ho vidíme vycházet na obzoru. Naopak, když je již 35′ pod obzorem, my ho vidíme stále na obzoru. Než urazí v souhrnu těchto 70′ navíc, trvá to asi 4 minuty a den je tedy o tento časový úsek delší. Stejně to funguje u jakéhokoliv jiného nebeského objektu.

Druhým zajímavým jevem, který může ovlivnit pozorování, je snižování horizontu (synonymum pro obzor) v závislosti na výšce pozorovatele nad povrchem. Čím výš nad povrchem se nacházíme, tím hlouběji pod obzor vidíme. Vysvětluje to jednoduchá rovinná geometrie. Pokud tedy chceme pozorovat nějaký objekt, který je již z naší zeměpisné šířky mírně pod obzorem, můžeme si pomoci vystoupáním například na nějakou rozhlednu, zkrátka zvýšením své výšky. Jak moc vysoko musíme vystoupat, abychom viděli dostatečně hluboko pod obzor, zjistíme z následující rovnice, kde θ je úhel, jak hlu-

boko uvidíme pod obzor, R je poloměr Země a h výška nad pozorovatele nad povrchem:

$$\cos\theta = \frac{R}{R+h}.$$

3.7 Příklady

1. Jaký byl místní hvězdný čas 1.6. 2024 ve 21:27 SELČ?

2. Jaká úhlová vzdálenost dělí od sebe na obloze známé hvězdy Vega ($\alpha = 18^h37^m$, $\delta = 38°47'$) a Deneb ($\alpha = 20^h41^m$, $\delta = 45°17'$)?

3. Jak dlouho po západu Slunce nastane na 50. rovnoběžce severní šířky občanský soumrak?

4. Jak vysokou věž bychom museli postavit na severním pólu, abychom odsud viděli hvězdu s deklinací $\delta = -1°$?

Kapitola 4

Řešení příkladů

4.1 Kapitola 1

4.1.1 Příklad 1

Pro účely této úlohy můžeme považovat dráhu Venuše i Země kolem Slunce za kruhovou. Vzdálenost Venuše od Slunce pak činí $a_v = 0,723$ au, vzdálenost Země $a_z = 1$ au.

V době největší východní nebo západní elongace je trojúhelník Země-Slunce-Venuše pravoúhlý, pravý úhel je u Venuše. Vzdálenost Venuše od Země, kterou označíme x, je pak jednou z odvěsen tohoto trojúhelníku. Z Pythagorovy věty můžeme tedy psát:

$$x^2 + a_v^2 = a_z^2.$$

Pro vzdálenost Venuše od Země pak platí:

$$x = \sqrt{a_z^2 - a_v^2}.$$

Po dosazení tedy získáme:

$$x = \sqrt{1 - 0,723^2} = 0,691 \text{ au}$$

$$x = 0,691 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} = 103351000\text{km}.$$

4.1.2 Příklad 2

Velkou poloosu získáme ze vztahu

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = \frac{1,27 + 3568}{2} = 1784,6 \text{ au}.$$

Numerickou excentricitu vyjádříme ze vztahu pro vzdálenost tělesa od Slunce v perihéliu (nebo podobným způsobem ze vztahu pro vzdálenost v aféliu:

$$r_p = a(1-e) = a - ae \rightarrow ae = a - r_p \rightarrow e = \frac{a - r_p}{a}.$$

. Po dosazení získáme:

$$e = \frac{1784,6 - 1,27}{1784,6} = 0,993.$$

Pro výpočet malé poloosy využijeme vztah spojující malou a velkou poloosu s lineární excentricitou: $a^2 = b^2 + c^2$. Z něj vyjádříme hledanou malou poloosu. Lineární excentricitu můžeme zapsat jako $c = ae$. Pro malou poloosu tedy konečně můžeme psát:

$$b^2 = a^2 - c^2 = a^2 - a^2e^2 = a^2(1-e^2)$$

$$b = \sqrt{a^2(1-e^2)} = a\sqrt{1-e^2}.$$

Po dosazení získáme:

$$b = 1784,6 \cdot \sqrt{1 - 0,999288^2} = 67,31 \text{ au}.$$

4.1.3 Příklad 3

Vyjdeme ze vztahu

$$v_p \cdot r_p = v_a \cdot r_a.$$

Z něj vyjádříme hledaný poměr:

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p}.$$

Vzdálenost v aféliu a perihéliu zapíšeme pomocí vztahů zmíněných v textu, které dosadíme do předchozí rovnice:

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{a(1+e)}{a(1-e)} \rightarrow \frac{v_p}{v_a} = \frac{1+e}{1-e}.$$

Excentricitu známe, a tak stačí už jen číselně dosadit:

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{1+0,0934}{1-0,0934} = 1,206.$$

4.1.4 Příklad 4

Použijeme třetí Keplerův zákon

$$\frac{a^3}{T^2} = M.$$

Z něj vyjádříme hledanou velkou poloosu:

$$a^3 = MT^2 \rightarrow a = \sqrt[3]{MT^2}.$$

Periodu převedeme z dnů na roky:

$$T = \frac{28,155}{365} = 0,0771 \text{ yr}.$$

Hmotnost v násobcích hmotnosti Slunce můžeme jednoduše zjistit:

$$M = \frac{1}{3,23} = 0,31.$$

Na závěr číselně dosadíme:

$$a = \sqrt[3]{0,331 \cdot 0,0771^2} = 0,123 \text{ au}.$$

4.2 Kapitola 2

4.2.1 Příklad 1

Vlnová délka a frekvence světla jsou svázány vztahem:

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Z něj můžeme vyjádřit vlnovou délku jako:

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

Spodní hranici frekvence světla, které ALMA pozoruje, tedy odpovídá vlnová délka:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299792458 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,5 \times 10^{10} \text{ Hz}} = 8,565 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 8,6 \text{ mm}.$$

Horní hranici frekvence světla, které ALMA pozoruje, pak odpovídá vlnová délka:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299792458 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,50 \times 10^{11} \text{ Hz}} = 3,156 \times 10^{-4} \text{ m} \approx 0,3 \text{ mm}.$$

Soustava ALMA pozoruje světlo o rozsahu vlnových délek od 0,3 mm po 8,6 mm.

4.2.2 Příklad 2

Pozorovaná vlnová délka λ spektrální čáry H_α je větší než její laboratorní vlnová délka λ_0. Vlnová délka vydávaného záření je tedy větší, delší, oproti situaci, kdy by se zdroj tohoto světla (Aldebaran) nacházel v klidu, tj. jeho spektrální čáry jsou posunuty k červenému konci světelného spektra. To znamená, že Aldebaran se pohybuje **směrem od Země**.
Rychlost tohoto pohybu určíme z Dopplerova vztahu:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c}.$$

Vyjádříme v a dosadíme:

$$v = c \cdot \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 299792458\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{656,40\ \mathrm{nm} - 656,28\ \mathrm{nm}}{656,40\ \mathrm{nm}} \approx 54,82\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}.$$

Aldebaran se od Země vzdaluje rychlostí 54,82 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$.

4.2.3 Příklad 3

Známe hvězdné velikosti obou porovnávaných objektů (Slunce a nejslabších okem viditelných hvězd) a hledáme poměr jejich jasností. Využijeme tedy Pogsonovu rovnici:

$$m_{max} - m_{min} = -2,5 \log \frac{j_{max}}{j_{min}}.$$

Odlogaritmujeme a dosadíme:

$$\frac{j_{max}}{j_{min}} = 10^{\frac{m_{max} - m_{min}}{-2,5}} = 10^{\frac{-26,83-6}{-2,5}} \approx 1,36 \times 10^{13}.$$

Slunce, nejjasnější hvězda na obloze, je $1,36 \times 10^{13}$ krát jasnější než nejslabší hvězdy viditelné pouhým okem.

4.2.4 Příklad 4

Nejdříve s pomocí vlnové délky maxima vyzařování λ_A dopočítáme z Wienova zákona povrchovou teplotu Arcturu T_A:

$$T_A = \frac{b}{\lambda_A} = \frac{2,898 \times 10^{-3}\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}{6,74 \times 10^{-9}\mathrm{m}} \approx 4300\ \mathrm{K}.$$

Teplotu T_A již známe a poloměr R_A je uveden v zadání. S pomocí Stefan-Boltzmannova zákona tedy můžeme vypočítat zářivý výkon Arcturu:

$$L_A = 4\pi R_A^2 \sigma T_A^4 = 4\pi \cdot (1,768 \times 10^{10}\ \mathrm{m})^2 \cdot (5,67 \times 10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4}) \cdot (4300\ \mathrm{K})^4$$

$$L_A \approx 7,61 \times 10^{28}\ \mathrm{W}.$$

Nyní sestavíme Pogsonovu rovnici, ve které porovnáme absolutní hvězdné velikosti Slunce a Arcturu. Jelikož se jedná právě o absolutní hvězdné velikosti, můžeme do poměru v logaritmu dosadit namísto jasností právě zářivé výkony obou hvězd:

$$M_A - M_S = -2,5 \log \frac{L_A}{L_S}.$$

Absolutní hvězdnou velikost Slunce M_S si můžeme dohledat, stejně tak jeho zářivý výkon L_S. Zářivý výkon Arctura L_A jsme již spočítali a můžeme tak vyjádřit jeho absolutní hvězdnou velikost M_A a rovnou vyčíslit:

$$M_A = M_S - 2,5 \log \frac{L_A}{L_S} = 4,83\ \mathrm{mag} - 2,5 \log \frac{7,61 \times 10^{28}\ \mathrm{W}}{3,83 \times 10^{26}\ \mathrm{W}} \approx -0,92\ \mathrm{mag}.$$

Nyní použijeme modul vzdálenosti. Absolutní hvězdnou velikost Arctura M_A jsme právě dopočítali, jeho vizuální hvězdnou velikost m_A známe ze zadání a můžeme tedy vyjádřit vzdálenost d a zjistit i její číselnou hodnotu:

$$m_A - M_A = 5 \log \frac{d}{1\ \mathrm{pc}} - 5$$

$$5 \log d = m_A - M_A + 5$$

$$d = 10^{\frac{m_A - M_A + 5}{5}}$$

$$d = 10^{\frac{-0,04+0,92+5}{5}} \approx 15\ \mathrm{pc}.$$

Arcturus je od Země vzdálen přibližně 15 pc.

4.3 Kapitola 3

4.3.1 Příklad 1

Pro hvězdný čas platí:

$$\theta = T + 3^m 56^s \cdot N.$$

Nejdříve tedy zjistíme počet dnů uplynulých od podzimní rovnodennosti (23.9.2023) do 1.6.2024:

$$N = 7 + 31 + 30 + 31 + 31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 1 = 252\ \mathrm{d}.$$

Poté dosadíme do uvedeného vzorce, jelikož víme, že $T = 21:27$:

$$\theta = 21:27 + 3^m 56^s \cdot 252 = 13:58.$$

Hledané datum je tedy 2.6.2024 13:58 hvězdného času.

Pozn.: Tento výpočet není příliš přesný. Zcela jsme zanedbali rozdíl místního slunečního a slunečního pásmového času, tj. výpočet je platný jen pro pozorovatele na 15. poledníku. Vedle toho jsme také ignorovali změnu odchylky hvězdného a slunečního času v průběhu jednoho dne. Cílem úlohy je však pouze poukázat na to, co vůbec hvězdný čas je a jak přibližně se liší od času slunečního.

4.3.2 Příklad 2

Vyjdeme ze sférické cosinové věty, která byla ve tvaru přímo pro tuto situaci uvedena dříve v textu:

$$\cos\Delta = \sin\delta_1 \cdot \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \cdot \cos\delta_2 \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Souřadnice obou hvězd známe, jen rektascenzi musíme převést z hodin na stupně:

$$\alpha_1 = 20^h 41^m = (\frac{20}{24} \cdot 360 + \frac{41}{60} \cdot 15)^\circ = 310^\circ 15'$$
$$\alpha_2 = 18^h 37^m = (\frac{18}{24} \cdot 360 + \frac{37}{60} \cdot 15)^\circ = 279^\circ 15'.$$

Aby byl vzorec v tomto tvaru platný, musíme za α_1 dosadit tu větší rektascenzi, tedy Denebu, aby byl výsledný rozdíl rektascenzí kladný. Nyní již stačí jen dosadit:

$$\cos\Delta = \sin(45^\circ 17') \cdot \sin(38^\circ 47') + \cos(45^\circ 17') \cdot \cos(38^\circ 47') \cdot \cos(310^\circ 15' - 279^\circ 15')$$

$$\Delta = \arccos(0,915) \approx 23^\circ 46'.$$

Hvězdy Deneb a Vega na obloze odděluje úhlová vzdálenost $23^\circ 46'$.

4.3.3 Příklad 3

Nejdříve zjistíme, jakou dráhu musí Slunce urazit od západu do občanského soumraku. Na 50. rovnoběžce se totiž nepohybuje kolmo k obzoru (to platí jen na rovníku) a vzdálenost tedy není 6°. Dráhu musíme tedy dopočítat s pomocí goniometrických funkcí:

$$\cos\,\phi = \frac{h}{x}$$

$$\rightarrow x = \frac{h}{\cos\,\phi}.$$

Hloubku pod obzorem v době občanského soumraku h známe, stejně tak zeměpisnou šířku ϕ, můžeme tedy dosadit:

$$x = \frac{6^\circ}{\cos\,50^\circ} \approx 9,33^\circ.$$

Nyní vypočítáme, jakou rychlostí se Slunce pohybuje. Víme, že urazí 361° za den, jeho úhlová rychlost ve $\frac{\circ}{\mathrm{h}}$ je tedy:

$$\omega = \frac{361^\circ}{24\ \mathrm{h}} \approx 15,04\ \frac{\circ}{\mathrm{h}}$$

Nyní již jen využijeme známého vzorce $t = \frac{s}{v}$, který jen poupravíme pro úhlovou rychlost a vzdálenost:

$$t = \frac{x}{\omega} = \frac{9,33^\circ}{15,04\ \frac{\circ}{\mathrm{h}}} \approx 0,62\ \mathrm{h} \approx 37\ \mathrm{min}.$$

Na 50. rovnoběžce nastane občanský soumrak 37 min po západu Slunce.

4.3.4 Příklad 4

Na zemských pólech jsou azimutální souřadnice shodné s těmi rovníkovými. Hvězda s deklinací $\delta = -1^\circ$ je zde tedy stabilně 1° pod obzorem. To je však opravdová výška. Ze studijního textu však víme, že u obzoru se projevuje refrakce. Díky ní tedy ve skutečnosti hvězdu vidíme jen $\theta = -1^\circ + 35' = -25'$ pod obzorem. Abychom ji mohli i přesto vidět, nezbývá než zvýšit svou výšku, tedy postavit věž. Věž musí být tak vysoká, abychom viděli $25'$ pod obzor. Výšku věže tedy můžeme vyjádřit ze vztahu pro snižování horizontu v závisloti na výšce pozorovatele:

$$\cos\,\theta = \frac{R}{R+h}$$

$$\rightarrow h = \frac{R}{\cos\,\theta} - R.$$

Úhel θ jsme již vypočítali dříve. Za R pak dosadíme polární poloměr Země:

$$h = \frac{6357\ \mathrm{km}}{\cos\,25'} - 6357\ \mathrm{km} \approx 168\ \mathrm{m}.$$

Věž by musela být nejméně 168 m vysoká.

Kapitola 5

Doplněk

5.1 Mocniny a odmocniny

Mocnění je matematická operace, při které násobíme číslo samo sebou. Když vynásobíme mezi sebou dvě stejná čísla, jde o mocnění na druhou. Když tři, mocníme na třetí. Když čtyři tak na čtvrtou, a tak dále. Důležité však je, že stále násobíme pořád jedno a to samé číslo. Pokud to tedy zapíšeme obecně, pomocí proměnných (písmeno zastupující nějakou hodnotu, která se mění, v tomto případě můžeme za proměnné dosadit jakékoliv číslo), máme:

$$a \cdot a = a^2,\ a \cdot a \cdot a = a^3,\ a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4.$$

Můžeme tedy například říci, že druhá mocnina čísla dva jsou čtyři, protože $2 \cdot 2 = 4$. Přejdeme-li k vyšším mocninám, platí například, že třetí mocnina čísla pět je 125, protože $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Pokud jsou čísla různá, nemá to s mocněním nic společného a zápis nijak zjednodušit nemůžeme. Jedině můžeme při zápisu pomocí neznámých vypustit znaménko násobení, ať už křížek nebo tečku. Narozdíl od čísel, která mohou mít vícero cifer a bez těchto znamének by tak násobení nedávalo vůbec smysl, jsou neznámé vždy zastoupeny jen jedním písmenem. Psaní znaménka je tedy zbytečné, vyjde to nastejno bez něj a ušetří se tím trocha času i prostoru na papíře. Ve fyzice se ve většině případů setkáte s násobením právě v této formě, tedy bez obvyklých znamének:

$$a \cdot b = ab.$$

Opačnou operací k mocnění je odmocňování. Jeho princip je takový, že máme číslo a chceme říci, vynásobením kterého čísla samo sebou (umocněním) naše číslo vznikne. Narozdíl od mocnění se tato operace provádí manuálně

velmi složitě a proto k ní budete mít nejspíše vždy a všude k dispozici kalkulačku. Odmocňování značíme symbolem $\sqrt[3]{}$, pod který umístíme číslo, které chceme odmocnit. Obecně platí:

$$\sqrt{a} = b,\ b \cdot b = b^2 = a.$$

Pokud u symbolu $\sqrt{}$ není napsané žádné malé číslo, jde o druhou odmocninu a hledáme tedy číslo, výsledkem jehož násobení samo sebou je právě to číslo pod odmocninou. Jiné odmocniny se značí zapsáním čísla odpovídajícímu dané mocnině takto ke zmíněnému symbolu $\sqrt{}$. V tomto případě hledáme číslo, výsledkem jehož násobení několikrát samo sebou (násobíme mezi sebou tolik stejných čísel podle malého číslo u symbolu odmocniny) je číslo pod odmocninou.

S mocninami jste se zcela jistě již jednou setkali, při výpočtu obsahu čtverce:

$$S = a \cdot a = a^2.$$

Se znalostí odmocnin pak například můžeme spočítat délku strany čtverce, i když známe jen jeho obsah:

$$a = \sqrt{S}.$$

S mocninami souvisí i tzv. vědecký zápis čísla. Ve vědě, a v astronomii a fyzice zejména, se často setkáváme s nepředstavitelně malými nebo naopak velkými čísly. Třeba taková astronomická jednotka odpovídá 149597871000 metrům, světelný rok pak dokonce 9460528400000000 metrům. Rozměr jádra atomu je pak zase pouhých 0,000000000000001 metru. Takováto čísla je velmi nepraktická zapisovat s takovým počtem nul. Pro zjednodušení a zkrácení zápisu se proto používá vědecký formát čísla. Využívá mocnin deseti. Třeba světelný rok pomocí něj můžeme zaokrouhleně zapsat takto:

$$1 \text{ ly} = 9,46 \ \times \ 10^{15} \text{ m}.$$

Abychom se z tohoto zápisu dostali zpět k "normálnímu číslu", posuneme desetinnou čárku vpravo o tolik míst, na kolikátou je desítka umocněna, tedy o patnáct. U malých čísel vypadá zápis trochu jinak. Třeba jeden nanometr, tedy miliardtinu metru, můžeme zapsat takto:

$$1 \text{ nm} = 1 \ \times \ 10^{-9} \text{ m}.$$

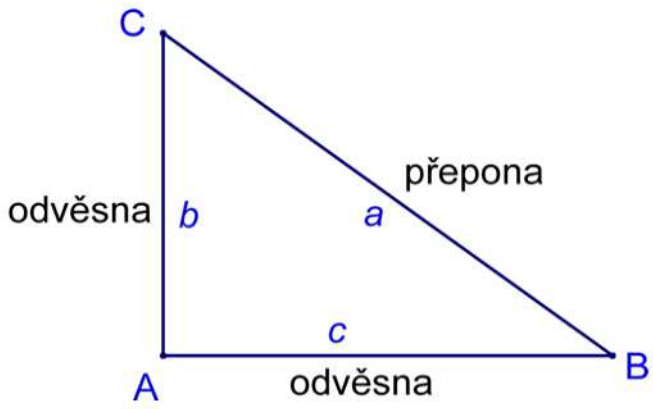
Je-li u čísla, na které umocňujeme desítku (odborně u exponentu), znaménko minus, posouváme desetinnou čárku vlevo namísto vpravo. Pokud tedy tento zápis "rozšifrujeme", odpovídá nanometr 0,000000001 metru. Na závěr ještě jako příklad uvedeme vědecký zápis astronomické jednotky:

$$1 \text{ au} = 1,49598 \ \times \ 10^{11} \text{ m}.$$

5.2 Pythagorova věta

Mocniny a odmocniny nachází v geometrii využití zdaleka ne jen v případě čtverce. Dalším důležitým rovinným útvarem je trojúhelník. Nás nejdříve bude zajímat jeho speciální případ, trojúhelník pravoúhlý. Jde o trojúhelník, ve kterém je jeden ze tří úhlů svíraný jeho stranami pravý, tedy má hodnotu 90° (v obrázku u bodu A). Pravý úhel už jistě také znáte, jak čtverec, tak obdélník, mají všechny čtyři úhly pravé. Strany v takovém trojúhelníku mají své speciální názvy. Dvě z nich se nazývají odvěsny, třetí přepona. A jaký je mezi nimi rozdíl? Přepona je nejdelší strana v tomto trojúhelníku a nachází se vždy naproti pravému úhlu. Odvěsny jsou dvě zbývající strany, které se stýkají ve vrcholu s pravým úhlem. Délky odvěsen a přepony jsou navzájem svázány Pythagorovou větou.

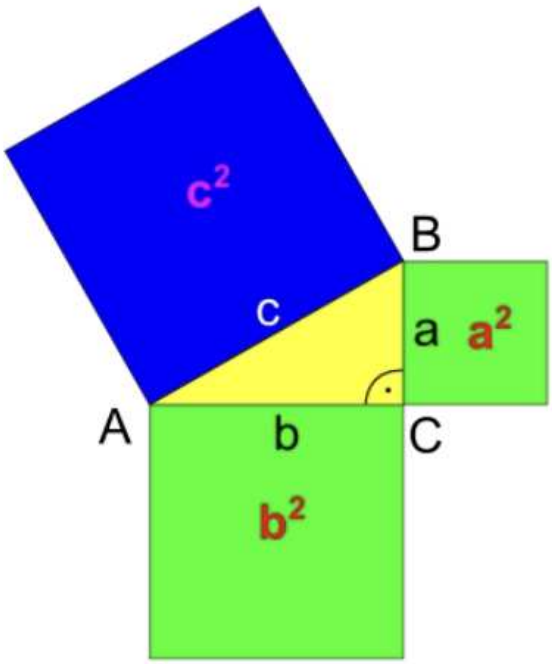
"Součet obsahů čtverců nad odvěsnami pravoúhlého trojúhelníku je roven obsahu čtverce nad jeho přeponou."



Obrázek 5.1: Strany v pravoúhlém trojúhelníku

A co to znamená v řeči neznámých? Označíme strany trojúhelníku si písmeny a, b a c, přičemž b a c jsou odvěsny a a je přepona. Čtverec nad odvěsnou i nad přeponou je jednoduše čtverec o straně, jejíž délka je rovná délce dané strany trojúhelníku. Obsah tohoto čtverce je tedy roven druhé mocnině délky dané strany trojúhelníku. Pythagorovu větu tedy konečně můžeme matematicky zapsat takto:

$$b^2 + c^2 = a^2.$$



Obrázek 5.2: Znázornění Pythagorovy věty s obsahy čtverců

Díky ní můžeme spočítat délku jakékoliv strany pravoúhlého trojúhelníku, známe-li délky dvou zbývajících stran. To je, jak se můžete sami přesvědčit třeba v první kapitole, velmi užitečné v mnoha případech, a to zdaleka ne jen v astronomii.

5.3 Logaritmy

Logaritmus je opakem mocnění. Říká nám, na kolikátou musíme umocnit nějaké číslo, abychom dostali jiné číslo. Obecně můžeme zapsat logaritmus následovně:

$$\log_a x = y.$$

Číslo a je nazýváno jako základ a jde o to číslo, které chceme umocnit. Číslo x je výsledek mocnění. Číslo y je poté potřebná hodnota exponentu, tedy hodnota, na kterou musíme umocnit číslo a, abychom získali číslo x. Pozor, nemusí jít jen o celé číslo. I když manuálně umocnit na necelé číslo je

velmi obtížné, jde to, kalkulačky to bez problémů zvládnou a ve fyzice to má důležitý význam. Pro lepší porozumění tomuto procesu uvedeme další vztah, který musí všechny dříve zavedené proměnné splňovat:

$$a^y = x.$$

Podíváme-li se na konkrétní příklady, tak třeba $\log_2 8 = 3$, protože $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Změníme-li základ, máme třeba $\log_{10} 100 = 2$, protože $10^2 = 100$ a tak dále...

Pokud je základem číslo 10, základ se k logartimu nepíše. Značka log tedy automaticky znamená logaritmus o základu 10, nazývaný jako dekadický. Pokud je základem takzvané Eulerovo číslo (e=2,71828...), jde o tzv. přirozený logaritmus, který se značí zkratkou ln namísto log.

Co však udělat, pokud chceme zjisit číslo z argumentu logaritmu? Musíme provést tzv. odlogaritmování. Argument logaritmu umístíme na levou stranu rovnice, na pravou pak dáme základ umocněný na původní levou stranu rovnice. Pokud se před logaritmem nacházel nějaký číselný koeficient nebo další proměnná, vydělíme jí mocninu základu na pravé straně. Pro příklad uvedeme odlogaritmování Pogsonovy rovnice:

$$\frac{j_1}{j_2} = 10^{\frac{m_1 - m_2}{-2,5}}.$$

5.4 Goniometrické funkce

Nyní se vrátíme k pravoúhlému trojúhelníku. Pomocí Pythagorovy věty jsme již schopni dopočítat délku jedné jeho strany, známe-li délky těch zbývajících dvou. S pomocí goniometrických funkcí budeme moci zjistit délku stran v pravoúhlém trojúhelníku pouze se znalostí délky jedné strany a velikosti jednoho úhlu.

Jednou z vlasností pravoúhlého trojúhelníku je, že poměr délek jeho jednotlivých stran je závislý pouze na úhlech v trojúhelníku. Je tedy jedno, jak jsou ve skutečnosti strany dlouhé, pokud jsou délky všech ve stejném poměru, jsou stejné i úhly v trojúhelníku.

Goniometrické funkce popisují právě závislot poměru délek stran na velikosti úhlů v trojúhelníku. Nejdůležitější jsou tři z nich, sinus, cosinus a tangens. S nimi se nyní podrobněji seznámíme.

Pro využití goniometrických funkcí je velmi důležité umět rozlišit jednotlivé strany v trojúhelníku. Už u Pythagorovy věty jsme si řekli rozdíl mezi odvěsnou a přeponou, nyní však budeme potřebovat i rozlišení jednotlivých odvěsen. Jejich rozlišení závisí na úhlu, který nás zajímá. Vždy nás

budou zajímat jen ty dva "nepravé" úhly. Hodnota pravého úhlu je totiž vždy 90°. Dva zbývající úhly jsou vždy svírány přeponou a jednou z odvěsen. Ta odvěsna, která spolu s přeponou úhel tvoří, je nazývána jako odvěsna přilehlá. Ta, která je přímo naproti úhlu (tedy strana, která nese název podle bodu, u kterého je zkoumaný úhel) je pak odvěsna protilehlá.

5.4.1 Sinus

Funkce sinus udává závislost poměru protilehlé odvěsny ku přeponě na úhlu. Odvěsna vždy musí být kratší než přepona, tento poměr tedy může v pravoúhlém trojúhelníku nabývat hodnot od 0 do 1 (1 odpovídá pravému úhlu).

$$\sin \alpha = \frac{\textit{protilehlá odvěsna}}{\textit{přepona}}$$

Známe-li tedy úhel, dosadíme ho ve stupních do funkce sinus (stiskneme sin na kalkulačce a napíšeme tam velikost úhlu) a po stisknutí rovnítka získáme poměr délek protilehlé odvěsny a přepony. Naopak, známe-li poměr délek stran, dosadíme ho po stisknutí $\sin^{-1}$ a získáme hodnotu úhlu ve stupních. Tím jsme ve skutečnosti použili další goniometrickou funkci, arcsinus.

5.4.2 Cosinus

Funkce cosinus udává závislost poměru přilehlé odvěsny ku přeponě na úhlu. Odvěsna vždy musí být kratší než přepona, tento poměr tedy může v pravoúhlém trojúhelníku nabývat hodnot od 0 do 1, stejně jako u funkce sinus, tentokrát však pravému úhlu odpovídá hodnota 0.

$$\cos \alpha = \frac{\textit{přilehlá odvěsna}}{\textit{přepona}}$$

Dosazování do kalkulačky zde funguje zcela analogicky jako u funkce sinus.

5.4.3 Tangens

Funkce tangens udává závislost poměru protilehlé odvěsny ku přilehlé odvěsně na úhlu. U délek odvěsen už nemáme vlastně žádná omezení, tangens tedy nabývá hodnot od minus nekonečna do plus nekonečna. Při úhlu 0° má hodnotu 0, v případě pravého úhlu nekonečno, přesněji řečeno, není v tomto bodě funkce definována.

$$\tan \alpha = \frac{\textit{protilehláodvěsna}}{\textit{přilehlá odvěsna}}$$

Dosazování do kalkulačky zde taktéž funguje zcela analogicky jako u funkce sinus.

Na závěr je dobré poznamenat, že goniometrické funkce nachází využití i mimo pravoúhlé trojúhelníky. V budoucnu jistě narazíte i na tzv. sinovou a kosinovou větu, částečně se již v Kapitole 3 setkáte se sférickými trojúhelníky. Zde všude se také využívají goniometrické funkce. Narozdíl od pravoúhlých trojúhelníků mohou v obecných a sférických trojúhelnících úhly nabývat velikostí i více než 90° a třeba sinus a kosinus pak mohou nabývat hodnot od -1 do 1. To všechno však už přesahuje záměr tohoto studijního textu.

Závěr

Společně jsme nyní prošli základní témata a koncepty astrofyziky. Doufáme, že Vám tato kniha posloužila jako dobrá motivace a úvod do dalšího studia. Zároveň jsme touto publikací chtělí dokázat, že i zdáhlivě natolik komplexní a komplikovaný obor, kterým bezpochyby výzkum vesmíru je, se dá uchopit srozumitelnou formou a představit i žákům na úrovni základní školy. Hodně štěstí při dalším objevování tajemství vesmíru!

Obrázky byly převzaty z webových stránek astrosupernova.cz.